

## COLLE 25 - Semaine du 18/05 au 22/05

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

### Chapitre 24 - Dimension d'un sev de $\mathbb{R}^n$

Toutes les notions du Chapitre 20 «Sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^n$ » sont au programme également.

- Notion de dimension d'un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^n$
- Savoir déterminer la dimension : d'un sous-espace vectoriel engendré par une famille, d'un sev défini de manière paramétrique/conditionnel
- Notion de base canonique de  $\mathbb{R}^n$
- Argument de dimension pour montrer l'égalité de deux sev de  $\mathbb{R}^n$
- Argument de dimension pour montrer qu'une famille est une base d'un sev
- Rang d'une famille

### Chapitre 25 - Variables Aléatoires discrètes infinies

Le but de ce chapitre est de généraliser les notions vues au Chapitre 17 «Variables Aléatoires Finies» aux variables aléatoires discrètes infinies.

- Exemple de détermination de loi d'une variable aléatoire dans le cas d'un support infini
- La famille  $(X = k)_{k \in X(\Omega)}$  forme un système complet d'évènements.
- Transformation d'une variable aléatoire
- Espérance, variance et écart-type d'une variable aléatoire
- Lois usuelles discrètes infinies : loi géométrique, loi de Poisson

### Informatique

- Calculs simples en python : +, -, \*, /, \*\*
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maîtriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`
- Savoir simuler les lois usuelles
- Savoir faire tourner des algorithmes de recherche dans une liste

## Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

### Un énoncé :

- Définition de la dimension d'un sev de  $\mathbb{R}^n$  (Chap 24 - Définition 1.1)
- Définition de la base canonique de  $\mathbb{R}^n$  (Chap 24 - Proposition 2.1)

---

- Donner la définition de l'espérance d'une variable aléatoire (Chap 25 - Définition 2.1)
- Donner les caractéristiques d'une loi géométrique de paramètre  $p \in ]0, 1]$  (sa loi (son support + les probabilités associées), son espérance et sa variance) (Chap 25 - Définition 3.1)
- Donner les caractéristiques d'une loi de Poisson de paramètre  $\lambda > 0$  (sa loi (son support + les probabilités associées), son espérance et sa variance) (Chap 25 - Définition 3.3)

### Un exercice :

- Déterminer la dimension du sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^2$  donné par  $F = \text{Vect}((1,0), (1,-1), (2,2))$  (Chap 24 - Exemple 1.3)
- Soit  $F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y+z=0\}$ . Montrer que  $F$  est de dimension finie et déterminer sa dimension. (Chap 24 - Exemple 1.5)
- Soient  $u_1 = (1,2)$  et  $u_2 = (1,-3)$ . Montrer que  $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$  est une base de  $\mathbb{R}^2$  (de la manière la plus «efficace» possible). (Chap 24 - Exemple 3.8)

---

- On lance une infinité de fois une pièce dont la probabilité d'obtenir Pile est de  $p \in ]0, 1[$ . On note  $X$  le rang d'apparition du premier Pile. Déterminer la loi de  $X$ . (Chap 25 - Exemple 1.6 (le début))
- Soit  $p \in ]0, 1[$ . Soit  $X$  une variable aléatoire à valeurs dans  $\mathbb{N}^*$  dont la loi est donnée par

$$\forall k \in \mathbb{N}^*, \quad \mathbb{P}([X = k]) = (1-p)^{k-1}p$$

La variable  $X$  admet-elle une espérance ? Si oui, la calculer. (Chap 25 - Exemple 2.3)

- On dispose de deux dés équilibrés que l'on lance en même temps une infinité de fois. On note  $X$  le nombre de lancers nécessaire à l'obtention d'un double 6. Déterminer la loi de  $X$ . En déduire son espérance et sa variance. (Chap 25 - Exemple 3.2)

---

- Compléter la fonction Python suivante afin que, prenant en argument une liste  $L$  et un élément  $x$ , elle renvoie `True` si l'élément  $x$  est dans la liste et `False` sinon.

```
def recherचनाive(L, x):
    #creation d'une variable e qui parcourt la liste
    for e in L:
        #si e vaut x
        if .....
        #la fonction renvoie True
        .....
    #si aucun match, la fonction renvoie False
    .....
```

(TP 10 - Section I.2)