

Exercice 1 – EDL1 à coefficient constant homogène – cf Exemple 2.4.

$$\begin{aligned} \text{i) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{-t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{4t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{\frac{6}{5}t} \end{aligned}$$

Exercice 2 – EDL1 à coefficient constant avec second membre constant – cf Exemple 2.8.

$$\begin{aligned} \text{i) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{3t} - \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{\frac{7}{3}t} - \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda + \frac{6}{5}t \end{aligned}$$

Exercice 3 – EDL1 à coefficient constant avec second membre – cf Exemple 2.7.

$$\begin{aligned} \text{i) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{-2t} + \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{3t} + \frac{1}{2}e^{3t+t^2} \end{aligned}$$

Exercice 4 – EDL2 à coefficients constants homogène – cf Exemple 3.5.

$$\begin{aligned} \text{i) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{-t} + \mu e^{5t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto (\lambda t + \mu)e^{-\frac{t}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^t + \mu \end{aligned}$$

Exercice 5 – EDL2 à coefficients constants avec second membre constant – cf Exemple 3.9.

$$\begin{aligned} \text{i) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{-4t} + \mu e^{2t} - \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^{2t} + \mu - \frac{5}{2}t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda t + \mu + \frac{3}{8}t^2 \end{aligned}$$

Exercice 6 – EDL2 à coefficients constants avec second membre – cf Exemple 3.8.

Soit $\alpha \in \mathbb{R}$. On considère les équations différentielles suivantes

$$(E_\alpha) : y'' - 5y' + 4y = e^{\alpha t}$$

1. Solutions de (EH) : $y'' - 5y' + 4y = 0$

$$\begin{aligned} \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} && \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \lambda e^t + \mu e^{4t} \end{aligned}$$

2. Solutions de (E₃) :

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto \lambda e^t + \mu e^{4t} - \frac{1}{2} e^{3t} \end{array} \quad \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

3. Solutions de (E₄) :

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto \lambda e^t + \mu e^{4t} + \frac{t}{3} e^{4t} \end{array} \quad \text{avec } \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

Exercice 7 – Problème de Cauchy – cf Exemple 4.3.

Solution de (P) :

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto -e^{4t} + t e^{4t} \end{array}$$

Exercice 8 – Problème de Cauchy – cf Exemple 4.4.

Solution de (P) :

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto (10t + 2)e^{-3t} + \frac{1}{2} t^2 e^{-3t} \end{array}$$

Exercice 9 – Un exemple d'équation différentielle non linéaire.

Solutions de (E) :

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto \frac{e^{2t}}{\lambda + e^{2t}} \end{array} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

Les trajectoires tendent vers 1.

Exercice 10 – Méthode de variations de la constante.

Solutions de (E) :

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto \lambda e^{-t} + \ln(1 + e^t) e^{-t} \end{array} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

Exercice 11 – Une équation fonctionnelle.

L'équation de (*) admet une unique solution

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto -4e^{\frac{t}{16}} \end{array}$$

Exercice 12 – EDL3 à coefficients constants homogène.

Solutions de (E) :

$$\begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ t \longmapsto (\alpha t + \beta) e^t + \gamma e^{-t} \end{array} \quad \text{avec } \lambda, \mu, \delta \in \mathbb{R}$$