

## Interrogation du 23/03/2026

1. voir cours
2. On s'intéresse à la convergence de la série suivante

$$\sum_{k \in \mathbb{N}^*} |k \cdot P([X = k])| \quad \text{c-à-d} \quad \sum_{k \in \mathbb{N}^*} \left| k \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{k-1} \frac{1}{4} \right| \quad \text{c-à-d} \quad \frac{1}{4} \sum_{k \in \mathbb{N}^*} k \left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}$$

On reconnaît une série géométrique dérivée d'ordre 1 convergente car de paramètre  $\frac{3}{4} \in ]-1, 1[$ . Donc, la série  $\sum k \cdot P([X = k])$  converge absolument et la variable  $X$  admet une espérance qui est donnée par

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{+\infty} k \left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{\left(1 - \frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1}{4} = 4$$