Interrogation du 14/09/2026

1. On a
$$\begin{aligned} P(1) &= 1^3 + 4 \times 1^2 + 1 - 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$
Donc 1 est une racine de P
Donc il existe un polynôme Q de degré 2 tel que
$\forall x \in \mathbb{R}$
$$P(x) = (x-1) \cdot Q(x)$$
Soit un nombre réel x
$Q(x) = ax^2 + bx + c$
$$\begin{aligned} P(x) &= (x-1)\left(ax^2+bx+c\right) \\ &= ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c \\ &= ax^3 + x^2(b-a) + x(c-b) - c \end{aligned}$$
Par unicité des coefficients:
$$\begin{cases} a = 1 \\ b-a = 4 \\ c-b = 1 \\ -c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = 6 \end{cases}$$
D'où $\forall x \in \mathbb{R} \quad Q(x) = x^2 + 5x + 6$
$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= 25 - 4 \times 6 \times 1 \\ &= 25 - 24 \\ &= 1 > 0 \end{aligned}$$
D'oú
$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b-1}{2} = -\frac{6}{2} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$
Alors $1; -2; -3$ sont les racines du polynôme P
2. On pose la division euclidienne:

$6x^3$	$-2x^2$	$+x$	$+3$	$x-3$	
					$6x^2+16x+49$
$-(6x^3$	$-18x^2)$				
	$16x^2$	$+x$	$+3$		
	$-(16x^2$	$-48x)$			
		$49x$	$+3$		
		$-(49x$	$-147)$		
			150		

Donc
$\forall x \in \mathbb{R}\, A(x) = (x-3)(6x^2+16x+49) + 150$