

TD 06 – SOMMES & PRODUITS (BIS)

Exercice 1 – Somme d'une constante. Soient $n, p, q \in \mathbb{N}^*$ avec $p < q$ et $x \in \mathbb{R}$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=1}^{10} 3$

3) $\sum_{i=1}^n 1$

5) $\sum_{k=p}^q (-1)$

2) $\sum_{\ell=0}^{21} 5$

4) $\sum_{j=n}^{n+10} 1$

6) $\sum_{k=1}^n x$

Exercice 2 – Somme des entiers et des entiers au carré. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=1}^6 k$

3) $\sum_{\ell=1}^{10} \ell^2$

5) $\sum_{j=1}^{n-1} j$

2) $\sum_{k=0}^6 k$

4) $\sum_{k=1}^{n+1} k$

6) $\sum_{k=1}^{n^2} k^2$

Exercice 3 – Somme des entiers et des entiers au carré mais il manque des termes.... Soit $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 5$. Soient $p, q \in \mathbb{N}^*$ avec $p < q$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=3}^{12} k$

3) $\sum_{j=100}^{200} j$

2) $\sum_{k=5}^n k^2$

4) $\sum_{k=p}^q k$

Exercice 4 – Somme des entiers et des entiers au carré, enfin presque !. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer les sommes suivantes en utilisant la linéarité de la somme.

1) $\sum_{k=1}^n (5k)$

3) $\sum_{k=0}^{n+1} (2k+1)$

5) $\sum_{k=5}^{n+1} (-k+1)$

2) $\sum_{k=0}^n (k-10)$

4) $\sum_{k=1}^n \frac{k+1}{2}$

Exercice 5 – Sommes géométriques. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=0}^n 2^k$

3) $\sum_{k=2}^{n+1} \left(\frac{1}{2}\right)^k$

2) $\sum_{k=1}^n 4^k$

4) $\sum_{k=0}^n 1^k$

Exercice 6 – Sommes géométriques un peu cachée.... Soit $n \in \mathbb{N}^*$. En utilisant les règles suivantes sur les puissances, pour tout $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^*, (p, q) \in \mathbb{N}^2$,

$$x^{p+q} = x^p \times y^q \quad x^{-p} = \frac{1}{x^p} \quad \frac{1}{y^k} = \left(\frac{1}{y}\right)^k \quad \frac{x^k}{y^k} = \left(\frac{x}{y}\right)^k \quad x^{p \times k} = (x^p)^k$$

calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=0}^n \frac{1}{3^k}$

3) $\sum_{k=2}^{n+1} 2^{k+3}$

5) $\sum_{k=1}^n 3^k \times 5^{-k}$

2) $\sum_{k=1}^{10} \frac{2^k}{3^k}$

4) $\sum_{k=1}^n 2^{2k}$