Interrogation du 07/10/2024

NOM Prénom :

1. Étudier les variations (la monotonie) de la fonction suivante.

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x\exp(x) \end{array}$$

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = 1 \times \exp(x) + x \times \exp(x)$$
$$= (x+1) \times \exp(x)$$

On peut donc en déduire le tableau de signe de f' puis le tableau de variations de f.

	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
$\exp(x)$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$\left(\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0\right)$	$\searrow$	$-e^{-1}$	$\nearrow$	$\left(\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty\right)$

Donc
- la fonction f est décroissante sur $]-\infty, -1]$
- et la fonction f est croissante sur $[-1 ; +\infty[$.

Tournez la page →

2. Montrer que la fonction f suivante est paire.

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^2+1 \end{array}$$

- Tout d'abord, le domaine de définition de la fonction f, donné par $\mathbb{R}$, est symétrique par rapport à 0.
- Montrons que
$$\forall x \in \mathbb{R}, \ f(-x) = f(x).$$

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a :

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^2 + 1 \\ &= (-1)^2 \times x^2 + 1 \\ &= 1 \times x^2 + 1 \\ &= x^2 + 1 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Donc la fonction } f \text{ est paire.}}$

3. Écrire le programme Python correspondant à l'algorithme décrit ci dessous.
   - On suppose que l'on a défini une variable x qui contient une certaine valeur connue.
   - Si $x \leqslant 0$, le programme doit renvoyer la valeur du calcul x^2+1.
   - Sinon, le programme doit renvoyer la valeur du calcul $\ln(x)$.

```
import numpy as np
x = 2   # le programme doit fonctionner si on change cette valeur
if x <= 0 :
    print(x**2+1)
else :
    print(np.log(x))
```