COLLE 05 - *Semaine du 02/11 au 06/11*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 5 - Étude qualitative d'une fonction

- **Domaine de définition** d'une fonction
- Opérations sur les fonctions : somme, produit, quotient, **composée**
- **Parité/Imparité** d'une fonction
- **Monotonie** : définition, lien avec le signe de la dérivée
- Utilisation de la monotonie pour démontrer des inégalités
- **Majorant/minorant/extrema**

Chapitre 6 - Sommes Et Produits (début)

- Notation $\sum$
- Les **sommes de références**
  - Somme d'une constante
  - Somme des entiers
  - Somme des entiers aux carrés
  - Somme géométrique
- **Linéarité** de la somme
- Sommes **télescopiques**
- **Changement d'indice** dans une somme

Informatique

- **Calculs** simples en python : `+,-,*,/,**`
- Notion de **variables**. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une **fonction**

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Définition d'une fonction paire et illustration sur un graphe *(Chap 5 - Déf 2.3 + Courbe en dessous)*
- ☐ Définition d'une fonction croissante et illustration sur un graphe *(Chap 5 - Déf 3.1 + Courbe en dessous)*

- ☐ Donner la somme d'une constante *(Chap 6 - Prop 1.5)*
- ☐ Donner la somme des entiers et des entiers au carré *(Chap 6 - Prop 1.7)*
- ☐ Donner la somme d'une suite géométrique *(Chap 6 - Prop 1.10)*

Un exercice :

- ☐ Montrer que la fonction suivante est impaire. *(Chapitre 5 - Exemple 2.4)*

$$\begin{array}{rccc} f & : & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & & x & \mapsto & \frac{x^5}{x^4+3x^2+1} \end{array}$$

- ☐ Montrer l'inégalité suivante. *(Chapitre 5 - Exemple 3.11)*

$$\text{pour tout } x \geqslant 0, \qquad \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \leqslant \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

- ☐ Déterminer les éventuels extrema de la fonction suivante. *(Chapitre 5 - Exemple 4.4)*

$$\begin{array}{rccc} f & : & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & & x & \mapsto & \frac{1}{1+x^2} \end{array}$$

- ☐ Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer *(Chap 6 - Prop 1.13)*

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} (6k^2 + 4k + 1)$$

- ☐ Calculer les sommes suivantes. *(Chap 6 - Prop 1.16)*

$$\sum_{i=0}^{n} (i^2 - (i+1)^2) \qquad \text{et} \qquad \sum_{k=2}^{n} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$$

- ☐ On considère la fonction (mathématique) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x \leqslant 2 \\ \ln(x) & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Définir en Python cette fonction et calculer son évaluation en -4 et en e. *(Algo 03 - Exemple 9)*