Interrogation

1. La fonction est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$
   On calcule la dérivée en utilisant la règle du produit :

$$f'(x) = \left(x^2-3\right)e^x + 2xe^x$$
$$f'(x) = \left(x^2+2x-3\right)e^x$$

   Comme $e^x > 0$ pour tout x, le signe de $f'(x)$ dépend seulement de :

$$x^2+2x-3 = (x+3)(x-1)$$

   Racines: $x=-3$ et $x=1$.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	0	↗	$6e^{-3}$	↘	$-2e$	↗	$+\infty$

2. .
   Soit $x \geqslant 0$. On a $\quad x \geqslant 0$
   Donc $\quad x+5 \geqslant 5$ *en ajoutant 5 de chaque côté de l'inégalité*
   Donc $\quad \sqrt{x+5} \geqslant \sqrt{5}$ *en composant par $x \mapsto \sqrt{x}$ qui est croissante sur $[0,+\infty[$*
   Donc $\quad \frac{1}{\sqrt{x+5}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{5}}$ *en composant par $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui est décroissante sur $]0,+\infty[$*
   Donc $\quad \frac{2}{\sqrt{x+5}} \leqslant \frac{2}{\sqrt{5}}$ *en multipliant par $2>0$ de chaque côté*
   Ainsi, on a bien montré que pour tout $x \geqslant 0$, $\quad \frac{2}{\sqrt{x+5}} \leqslant \frac{2}{\sqrt{5}}$
3. .
   - La fonction f est bien définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $x \mapsto x^2+1$ ne s'annule jamais.
   - Son ensemble de définition, donné par $\mathbb{R}$, est bien symétrique par rapport à 0 .
   - Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)}{(-x)^2+1} \\ &= \frac{-x}{x^2+1} \\ &= -f(x) \end{aligned}$$

   Donc la fonction f est impaire sur $\mathbb{R}$.
4. import numpy as np
   $x = 2$ # programme doit fonctionner si on change cette valeur
   if $x <= 0$:
   print $(x**2 + 2*x)$
   else :
   print $(np.log(x+3))$