Interrogation du 02/11/2026

1. .
   Soit $x \geqslant 0$. On a $x \geqslant 0$
   Donc $x+5 \geqslant 5$ *en ajoutant 5 de chaque côté de l'inégalité*
   Donc $\sqrt{x+5} \geqslant \sqrt{5}$ *en composant par $x \mapsto \sqrt{x}$ qui est croissante sur $[0,+\infty[$*
   Donc $\frac{1}{\sqrt{x+5}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{5}}$ *en composant par $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui est décroissante sur $]0,+\infty[$*
   Donc $\frac{2}{\sqrt{x+5}} \leqslant \frac{2}{\sqrt{5}}$ *en multipliant par $2>0$ de chaque côté*
   Ainsi, on a bien montré que pour tout $x \geqslant 0$, $\frac{2}{\sqrt{x+5}} \leqslant \frac{2}{\sqrt{5}}$
2. (voir cours)
3. .
$$\sum_{k=0}^{n} \frac{2}{5^k} = 2\sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{5}\right)^k$$
$$= 2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^0 \frac{1-\left(\frac{1}{5}\right)^{n-0+1}}{1-\frac{1}{5}}$$
$$= 2 \times \frac{5}{4} \times \left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^{n+1}\right)$$
$$= \frac{10}{4} \times \left(1-\frac{1}{10^{n+1}}\right)$$
4. $S_n = \sum_{k=1}^{n}(3k^2) + \sum_{k=1}^{n}(2k) + \sum_{k=1}^{n}(1)$
   $= 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 2\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 1$
   $= 3 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2 \times \frac{n(n+1)}{2} + (n-1+1)$
5. .
   Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
   $S_1 = \sum_{k=1}^{n} (\ln(k+1) - \ln k)$
   $= \ln(n+1)$ <u>par télescopage</u>