

DS 0

Vendredi 12 septembre 2025, 13h30 - 15h30

Les règles à respecter sont les suivantes.

- Les candidat·e·s sont invité·e·s à **encadrer** dans la mesure du possible leurs résultats.
- Aucun document n'est autorisé. **L'utilisation de toute calculatrice et de tout matériel électronique est interdite.**
- Pour augmenter la **lisibilité** des calculs, dans la mesure du possible, les égalités successives seront présentées en colonne (et non pas en ligne) avec les différents symboles = bien alignés.

Exercice 1 – Les questions de cet énoncé sont indépendantes et peuvent être traitées dans le désordre.

1. Résoudre l'équation $2x - 1 = 0$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ de manière graphique.
2. Résoudre l'équation $4x + 7 = 0$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ de manière calculatoire.
3. Résoudre l'équation $2x^2 - 7x + 6 = 0$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
4. Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire les expressions suivantes.

a) $A = (2x + 3)(x - 2) - 2x(x + 1)$

b) $B = (x + 2)^2 - (2x - 3)^2$

c) $C = (2x - 1)(x + 1)(x - 2)$

5. Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser les expressions suivantes par la quantité indiquée.

a) $A = x^2 - 4x + 4$ à factoriser par $x - 2$

b) $B = 2x - 10 + (x - 5)^2$ à factoriser par $x - 5$

c) $C = x^2 - 1 + (x - 3)(x + 1)$ à factoriser par $x + 1$

6. Calculer les fractions suivantes.

a) $A = \frac{7}{2} + \frac{4}{3} \times \frac{2}{5}$

b) $B = \frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{5}}{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}$

7. Donner l'expression la plus simple des quantités suivantes (sous forme d'une seule fraction) en précisant pour chacune les valeurs de x autorisées.

a) $A = \frac{3}{2} + \frac{3}{2x + 1}$

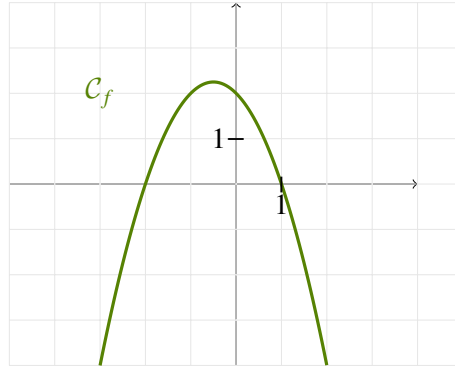
b) $B = \frac{x + 5}{3x - 1} - \frac{3}{5x - 3}$

8. Résoudre l'équation $X^4 - 2X^2 - 3 = 0$ d'inconnue $X \in \mathbb{R}$.

Exercice 2 – Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative ci-dessous d'une fonction polynomiale du second degré. Résoudre graphiquement

1. l'équation $f(x) = 0$
2. l'inéquation $f(x) < 0$
3. l'inéquation $f(x) \geq 2$

Puis déterminer l'expression explicite de la fonction f et vérifier les résultats précédents.



Exercice 3 – Résoudre le système suivant d'inconnues $(r, s) \in \mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} r + s = -4 \\ r \times s = -12 \end{cases}$$

(Indication : On montrera que s et r sont les racines d'un polynôme à déterminer.)

Exercice 4 – Soit P le polynôme défini par, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$P(x) = 2x^3 - 14x + 12$$

1. Donner le nombre maximal de racines distinctes possible pour le polynôme P .
2. Vérifier que 1 est une racine évidente du polynôme P .
3. Trouver un polynôme Q tel que,

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = (x - 1)Q(x).$$

4. En déduire toutes les racines de P .
5. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$. (On s'aidera de la forme factorisée pour dresser le tableau de signe de P .)