Interrogation du 25/11/2024

NOM Prénom :

1. La matrice suivante A est-elle inversible ? Si oui, donner son inverse.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

La matrice est de taille 2×2.
On calcule donc son déterminant :

$$\det A = 1 \times 4 - 1 \times 2 = 2$$

Comme $\det A \neq 0$, la matrice A est inversible et son inverse est donné par

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Vérification :

$$A \times A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2 \checkmark$$

2. On considère la suite $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad u_k = k^2 + 1$$

À l'aide des commentaires, compléter le programme suivant pour qui permet de créer une fonction, appelée `listesuite`, qui prend en argument un entier `n` et qui renvoie la liste de tous les termes de la suite (depuis u_0) jusqu'au `n`-ième.

```
def listesuite(n):              #On définit une fonction
    L=[]                        #On introduit une liste vide

    for k in range(0, n+1):

        u=k**2+1                #On calcule le k-ième terme de la suite

        L.append(u)             #et on l'ajoute à la liste

    return(L)                   #On renvoie la liste complète
```

Tournez la page →

3. Donner les quatre formes indéterminées concernant les opérations sur les limites des suites.

Les quatres formes indéterminées sont : " $+\infty - \infty$ " , " $0 \times \infty$ " , " $\frac{\infty}{\infty}$ " et " $\frac{0}{0}$ "

4. Donner la limite de chacun des suites.

a) $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n = \frac{1}{n} + \left(\frac{1}{3}\right)^n + 1$ b) $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \frac{n^2+2^n}{n^3+\ln(n)}$

a) On a :

$\lim \frac{1}{n} = 0$

$\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ car $-1 < \frac{1}{3} < 1$

$\lim 1 = 1$

Donc par somme,

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

b) À l'oeil : F.I de la forme $\frac{\infty}{\infty}$

On a :

$\forall n \in \mathbb{N}^*,\quad v_n = \frac{2^n}{n^3} \frac{\left(\frac{n^2}{2^n} + 1\right)}{\left(1 + \frac{\ln(n)}{n^3}\right)}$

Or

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$ par croissances comparées

  donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n^2}{2^n} + 1 = 1$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\ln(n)}{n^3} = 0$ par croissances comparées

  donc $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 + \frac{\ln(n)}{n^3} = 1$

- $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2^n}{n^3} = +\infty$ par croissances comparées

Finalement, par opérations,

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$