Colle 10 - *Semaine du 02/12 au 06/12*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 9 - Limite d'une suite

- Définition de convergence vers un réel, vers $\pm\infty$ en terme de quantificateurs
- Limites usuelles (puissances, exponentielle, logarithme, suites géométriques)
- Opérations sur les limites (somme, produit, quotient, composition) avec les quatre formes indéterminées à connaître
- Croissances comparées pour résoudre les formes indéterminées dans certains cas
- Théorèmes d'existence : par encadrement, théorème de la limite monotone
- Notion de suites adjacentes
- Propriétés théoriques sur les suites : toute suite convergente est bornée, passage à la limite dans une inégalité
- Suites extraites

Chapitre 10 - Notion d'Ensemble (début)

- Notion d'ensemble, définition avec une forme conditionnelle ou une forme paramétrique
- Notion d'appartenance/non appartenance à un ensemble (symboles $\in$ et $\notin$)
- Inclusion d'ensemble, ensembles non inclus
- Égalité de deux ensembles par double inclusion ou par équivalence

Informatique

- Calculs simples en python : `+`,`-`,`*`,`/`,`**`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.

Questions de cours & exercices de cours

Une <u>question de cours</u> et un <u>exercice du cours</u> seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Donner la limite des suites de référence suivantes $(n^a)_{n\in\mathbb{N}^*}$ (pour $a>0$ et $a<0$), $(\exp(an))_{n\in\mathbb{N}}$ (pour $a>0$) et $(\ln(n)^a)_{n\in\mathbb{N}}$ (pour $a>0$). *(Chap 9 - Section 2.1.a)*
- ☐ Donner la limite des suites géométriques en fonction de la raison *(Chap 9 - Section 2.1.b)*
- ☐ Savoir énoncer le théorème d'existence d'une limite par encadrement *(Chap 9 - Proposition 2.8)*
- ☐ Savoir énoncer le théorème de la limite monotone et en faire une illustration graphique *(Chap 9 - Proposition 2.14)*

Un exercice :

- ☐ Donner la limite des suites suivantes. *(Chap 9 - Ex 2.1)*

$$\forall n\in\mathbb{N},\ u_n=n^2+\frac{1}{n}\qquad \forall n\in\mathbb{N}^*,\ u_n=\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)\qquad \forall n\in\mathbb{N}^*,\ u_n=\frac{\sqrt{n}}{\mathrm{e}^{-n}-1}$$

- ☐ Donner la limite des suites suivantes *(Chap 9 - Ex 2.5)*

$$\forall n\in\mathbb{N},\ u_n=n^2-3n+2\qquad \forall n\in\mathbb{N},\ u_n=\frac{2n^3-5n+1}{n^2+1}\qquad \forall n\in\mathbb{N},\ u_n=\frac{\mathrm{e}^n+n}{n^2+1}$$

- ☐ Dans les phrases suivantes, remplacer les ... par le symbole adéquat entre $\in$ et $\notin$ et justifier l'assertion que l'on obtient. *(Chap 10 - Ex 4)*

$1 \ldots\ldots \{x\in\mathbb{R} \mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$	$(1,1,-1) \ldots\ldots \{(t,t,-t)\in\mathbb{R} \mid t\in\mathbb{R}\}$
$(2,3) \ldots\ldots \{(x,y)\in\mathbb{R} \mid y=x^2\}$	$\begin{pmatrix}4 & -4\\ 8 & 4\end{pmatrix} \ldots\ldots \left\{\begin{pmatrix}a & -a\\ 2a & a\end{pmatrix} \mid a\in\mathbb{R}\right\}$

- ☐ Montrer l'inclusion suivante *(Chap 10 - Ex 1.8)*

$$F=\{3a+1 \mid a\in[0,1]\}\quad\subset\quad[1,4]$$

- ☐ Montrer la non-inclusion suivante *(Chap 10 - Ex 1.12)*

$$E=[-1,1]\not\subset F=\{a^2 \mid a\in\mathbb{R}\}.$$

- ☐ On considère la suite $(u_k)_{k\in\mathbb{N}}$ définie par

$$\forall k\in\mathbb{N},\qquad u_k=k^2+1$$

À l'aide des commentaires, compléter le programme suivant pour qui permet de créer une fonction, appelée `listesuite`, qui prend en argument un entier `n` et qui renvoie la liste de tous les termes de la suite (depuis u_0) jusqu'au `n`-ième. *(Interro 7)*

```
#On definit une fonction
....................................
        #On introduit une liste vide
        .......................
        for k in range(...., .....):
                #On calcule le k-ieme terme de la suite
                ......................
                #et on l'ajoute a la liste
                .....................
        #On renvoie la liste complete
        ......................
```