Colle 13 - *Semaine du 20/01 au 24/01*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 12 - Application

- Application, ensemble de définition, ensemble d'arrivée
- Savoir déterminer l'image/l'ensemble des antécédents d'un élément par une application
- Représentation graphique d'une fonction, savoir déterminer graphiquement antécédent/image
- Composition de deux applications
- Image directe d'une application, $\mathrm{Im}(f)$ (savoir repérer graphiquement, savoir déterminer par double inclusion)
- Notion d'injectivité
- Notion de surjectivité
- Notion de bijectivité

Chapitre 13 - Outils pour les probabilités

- Définition de la factorielle (rappel)
- Définition d'une permutation
- Nombre de permutations d'un ensemble à n éléments
- Définition de $\binom{n}{k}$ (en tant que nombre de sous-ensembles à k éléments d'un ensemble de n éléments)
- Formule des coefficients binomiaux avec les factorielles
- Formule de Pascal et tableau de Pascal
- Formule de symétrie des coefficients binomiaux
- Formule du binôme de Newton
- Savoir compter des issues dans une situation de probabilité donnée (on ne parle pas encore ici de probabilités)

Informatique

- Calculs simples en python : `+,-,*,/,**`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Sur la notion d'injectivité :
  - Définition d'une fonction injective *(Chap 12 - Definition 4.1)*
  - *Illustration graphique* de la notion d'injectivité *(Chap 12 - Sous la Definition 4.1)*
  - Caractérisation de l'injectivité *(Chap 12 - Proposition 4.2 (point 3 seulement))*
- ☐ Sur la notion de surjectivité :
  - Définition d'une fonction surjective *(Chap 12 - Definition 4.8)*
  - *Illustration graphique* de la notion de surjectivité *(Chap 12 - Sous la Definition 4.8)*
  - Caractérisation de la surjectivité *(Chap 12 - Proposition 4.9 (point 3 seulement))*
- ☐ Sur la notion de bijectivité :
  - Définition d'une fonction bijective *(Chap 12 - Definition 4.15)*
  - *Illustration graphique* de la notion de bijectivité *(Chap 12 - Sous la Definition 4.15)*
  - Caractérisation de la bijectivité *(Chap 12 - Proposition 4.16 (point 2 seulement))*

Un exercice :

- ☐ Démontrer que l'application suivante est injective. *(Chap 12 - Exemple 4.5)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x,y) & \longmapsto & (x+y, x-3y, x+2y) \end{array}$$

- ☐ Démontrer que l'application suivante est surjective. *(Chap 12 - Exemple 4.11)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & xy \end{array}$$

- ☐ Démontrer que l'application suivante est bijective et déterminer sa bijection réciproque. *(Chap 12 - Exemple 4.22)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (x+y, x-y) \end{array}$$

- ☐ Soient a et b des réels. Développer les deux quantités suivantes. *(Chap 13 - Exemple 2.12)*

$$(a+b)^4 \qquad \text{et} \qquad (a-b)^5$$

- ☐ On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et par la relation de récurrence

$$\forall n \in \mathbb{N}, \qquad u_{n+1} = \frac{\mathrm{e}^{-u_n}}{u_n}.$$

Recopier et compléter la fonction Python suivante afin que l'appel `fonc_1(a)` renvoie le plus petit entier n tel que $u_n > a$.

```
def fonc_1(a):
        from numpy import exp
        u=1
        n=0
        while .................... :
                u=exp(-u)/u
                n=.............
        return n
```