Interrogation du 28/01/2025

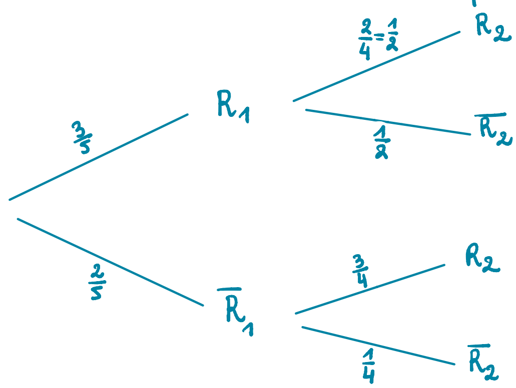
NOM Prénom :

On tire successivement et sans remise deux boules dans une urne contenant deux boules blanches et trois boules rouges.

1. Quelle est la probabilité que la première boule tirée soit rouge?
2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules rouges ?
3. Quelle est la probabilité que la seconde boule soit rouge ?
4. Quelle est la probabilité qu'au moins l'une des deux boules soit rouge ?
5. Quelle est la probabilité que la 1ère boule tirée soit rouge sachant que la 2ième boule tirée est rouge ?

On pourra commencer par représenter la situation sur un arbre de probabilité. Pour chaque question, on indiquera clairement les **formules** *utilisées et les* **évènements** *concernés.*

Représentons la situation sur un arbre de probabilités.



1. On a

$$\boxed{P(R_1) = \frac{3}{5}}$$

car le tirage des boules est uniforme.

2. On a, d'après la formule des probabilités composées,

$$\boxed{P(R_1 \cap R_2)} = P(R_1) \times P_{R_1}(R_2)$$
$$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$$
$$\boxed{= \frac{3}{10}}$$

⚠ Les évènements R_1 et R_2 ne sont pas indépendants.

3. Comme $(R_1, \overline{R_1})$ forme un système complet d'évènements, d'après la formule des probabilités totales,

$$\boxed{P(R_2)} = P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) + P(\overline{R_1}) \times P_{\overline{R_1}}(R_2)$$
$$= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{\cancel{2}}{5} \times \frac{3}{\cancel{4}\,2}$$
$$= \frac{6}{10}$$
$$\boxed{= \frac{3}{5}}$$

4. On cherche $P(R_1 \cup R_2)$. ⚠ Les évènements R_1 et R_2 ne sont pas incompatibles.

- 1ière méthode : D'après la formule du crible,

$$\boxed{P(R_1 \cup R_2)} = P(R_1) + P(R_2) - P(R_1 \cap R_2)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{3}{5} - \frac{3}{10}$$ en utilisant les questions 2 et 3.

$$\boxed{= \frac{9}{10}}$$

- 2ième méthode : En passant au complémentaire, puis en utilisant la formule des probabilités composées,

$$\boxed{P(R_1 \cup R_2)} = 1 - P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2})$$

$$= 1 - P(\overline{R_1}) \times P_{\overline{R_1}}(\overline{R_2})$$

$$= 1 - \frac{\cancel{2}}{5} \times \frac{1}{\cancel{4}\,2}$$

$$\boxed{= \frac{9}{10}}$$

5. D'après la formule de Bayes,

$$\boxed{P_{R_2}(R_1)} = \frac{P(R_1) \times P_{R_1}(R_2)}{P(R_2)}$$

$$= \frac{\cancel{\frac{3}{5}} \times \frac{1}{2}}{\cancel{\frac{3}{5}}}$$

$$\boxed{= \frac{1}{2}}$$