COLLE 16 - *Semaine du 24/02 au 28/02*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours *(voir page 2).*

Chapitre 15 - Probabilités sur un univers fini

- Vocabulaire de base : univers, issues, évènement (certain, impossible, élémentaire)
- Opérations sur les évènements : union, intersection, complémentaire
- Notion de système complet d'évènement
- Définition d'une probabilité, propriétés élémentaires (formule du crible, probabilité de l'évènement contraire,...)
- Exemple de la probabilité uniforme
- Probabilité conditionnelle
- Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes
- Indépendance de deux évènements, indépendance mutuelle d'une famille d'évènements

Chapitre 16 - Continuité d'une fonction

- Continuité en un point
- Continuité sur un intervalle
- Opérations sur les fonctions continues
- Prolongement par continuité d'une fonction
- Lien entre continuité et convergence d'une suite (si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ℓ et f continue en ℓ alors $(f(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $f(\ell)$)
- Théorème des valeurs intermédiaires
- Théorème de la bijection
- Théorème des bornes (une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes)

Informatique

- Calculs simples en python : `+`,`-`,`*`,`/`,`**`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Énoncer la formule des probabilités composées *(Chap. 15 - Proposition 2.16)*
- ☐ Énoncer la formule des probabilités totales *(Chap. 15 - Proposition 2.18)*
- ☐ Énoncer la formule de Bayes *(Chap. 15 - Proposition 2.19)*

- ☐ Définition de la continuité d'une fonction en un point *(Chap. 16 - Définition 1.1)*
- ☐ Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires (v2) *(Chap. 16 - Proposition 2.3)*
- ☐ Énoncer le théorème de la bijection (v1) (on ne précisera pas la forme de l'intervalle J selon les différents cas) *(Chap. 16 - Proposition 2.19)*

Un exercice :

- ☐ On considère une urne qui contient initialement deux boules blanches et trois boules noires. On effectue des tirages successifs (avec ordre) de la manière suivantes.
  - Lorsque la boule tirée est blanche, elle est remise dans l'urne avant de procéder au tirage suivant.
  - Lorsque la boule tirée est noire, elle n'est pas remise dans l'urne, mais remplacée par une boule blanche et l'on procède alors au tirage suivant.

  Notons pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, N_k l'évènement "On obtient une boule noire au k-ième tirage" et Y l'évènement "On obtient pour la première fois une boule blanche au 3-ième tirage". Déterminer la probabilité de Y. *(Chap. 15 - Exemple 2.17)*
- ☐ Un groupe d'amis souhaite passer la soirée dans l'une des trois discothèques valables de Biarritz qu'ils choisissent au hasard. Dans la discothèque *Pipeline*, l'animateur passe du reggae avec une probabilité $1/4$, dans la discothèque *Mundaka*, l'animateur en passe avec une probabilité $4/10$ et dans la discothèque *JBay*, avec une probabilité $3/10$. Quelle est la probabilité que lors de leur soirée, le groupe d'amis entende du reggae ? *(Chap. 15 - Exemple 2.20, Question 4)*
- ☐ Un groupe d'amis souhaite passer la soirée dans l'une des trois discothèques valables de Biarritz qu'ils choisissent au hasard. Dans la discothèque *Pipeline*, l'animateur passe du reggae avec une probabilité $1/4$, dans la discothèque *Mundaka*, l'animateur en passe avec une probabilité $4/10$ et dans la discothèque *JBay*, avec une probabilité $3/10$. Quelle est la probabilité que le groupe d'amis ait choisi la discothèque *Mundaka* sachant qu'en entrant dans la discothèque choisie, il ont entendu du reggae ? *(Chap. 15 - Exemple 2.20, Question 5)*

- ☐ On considère la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par

  $$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leqslant 0 \\ 1 - e^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

  Montrer que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$. *(Chap. 16 - Exemple 1.8)*
- ☐ On considère la fonction f définie par

  $$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^3 - 3x^2 + 2 \end{array}$$

  Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution dans $[2,3]$. *(Chap. 16 - Exemple 2.4)*
- ☐ Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 + x + 1$. Démontrer que f réalise une bijection de l'intervalle $[-1,0]$ sur un intervalle J à déterminer. *(Chap. 16 - Exemple 2.21)*

- ☐ Recopier et compléter le programme Python suivant pour qu'il affiche la courbe de la fonction $f : x \mapsto x\exp(-x)$ sur $[-1,5]$. *(TP 05 - Exercice 4)*

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

abscisses = ........................
```

```
ordonnees = .........................
plt.plot(abscisses,ordonnees)
plt.show()
```

☐ Recopier et compléter le programme Python suivant pour qu'il affiche les douze premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (de u_0 à u_{11}) où la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par *(TP 05 - Exercice 6)*

$$u_0 = 1 \qquad \text{et} \qquad \forall n \in \mathbb{N}, \qquad u_{n+1} = \sqrt{1+u_n}$$

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def suite(n):
    u = ...........
    for ..............
        ..........
    return(u)


abscisses = .....................
ordonnees = .................
plt.plot(abscisses,ordonnees, '+')
plt.show()
```