

COLLE 17 - Semaine du 03/03 au 07/03

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 16 - Continuité d'une fonction

- Continuité en un point
- Continuité sur un intervalle
- Opérations sur les fonctions continues
- Prolongement par continuité d'une fonction
- Lien entre continuité et convergence d'une suite (si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers ℓ et f continue en ℓ alors $(f(u_n))_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $f(\ell)$)
- Théorème des valeurs intermédiaires
- Théorème de la bijection
- Théorème des bornes (une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes)

Chapitre 17 - Variables aléatoires finies

- Notion de variable aléatoire finie
- Loi d'une variable aléatoire finie
- Transformation d'une variable aléatoire
- Espérance, variance, écart type pour une variable aléatoire finie
- Lois usuelles finies : loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale

NOTES POUR LES COLLEUSES/COLLEURS : Seules les variables aléatoires **finies** ont été traitées dans ce chapitre. Les variables aléatoires infinies (discrètes) seront vues plus tard.

Informatique

- Calculs simples en python : +, -, *, /, **
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maîtriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice de cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.

Un énoncé :

- Définition de la continuité d'une fonction en un point (Chap. 16 - Définition 1.1)
- Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires (v2) (Chap. 16 - Proposition 2.3)
- Énoncer le théorème de la bijection (v1) (on ne précisera pas la forme de l'intervalle J selon les différents cas) (Chap. 16 - Proposition 2.19)

- Donner les caractéristiques d'une loi uniforme : sa loi (support et probabilités), son espérance, sa variance, et quelles situations une telle loi modélise. (Chap. 17 - Définition 3.2)
- Donner les caractéristiques d'une loi de Bernoulli : sa loi (support et probabilités), son espérance, sa variance, et quelles situations une telle loi modélise. (Chap. 17 - Définition 3.5)
- Donner les caractéristiques d'une loi binomiale : sa loi (support et probabilités), son espérance, sa variance, et quelles situations une telle loi modélise. (Chap. 17 - Définition 3.7)

Un exercice :

- On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - e^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Montrer que la fonction f est continue sur \mathbb{R} . (Chap. 16 - Exemple 1.8)

- On considère la fonction f définie par

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^3 - 3x^2 + 2$$

Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution dans $[2, 3]$. (Chap. 16 - Exemple 2.4)

- Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 + x + 1$. Démontrer que f réalise une bijection de l'intervalle $[-1, 0]$ sur un intervalle J à déterminer. (Chap. 16 - Exemple 2.21)

- On lance trois fois une pièce équilibrée et on note X le rang d'apparition du premier Pile. On convient que X prend la valeur 0 si aucun Pile n'apparaît. Donner la loi de X . (Chap. 17 - Exemple 1.6)
- Soit U une variable aléatoire à valeurs dans $\{-1, 1, 4, 5\}$ dont la loi est donnée par

Valeurs de U	-1	1	4	5
Probabilité	$\mathbb{P}([U = -1]) = \frac{1}{4}$	$\mathbb{P}([U = 1]) = \frac{1}{3}$	$\mathbb{P}([U = 4]) = \frac{1}{6}$	$\mathbb{P}([U = 5]) = \frac{1}{4}$

Montrer que U admet une variance et la calculer. (Chap. 17 - Exemples 2.3, 2.7 & 2.12)

- Recopier et compléter le programme Python suivant pour qu'il affiche la courbe de la fonction $f : x \mapsto x \exp(-x)$ sur $[-1, 5]$. (TP 05 - Exercice 4)

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4 abscisses = .....
5 ordonnees = .....
6 plt.plot(abscisses, ordonnees)
7 plt.show()
    
```

- Recopier et compléter le programme Python suivant pour qu'il affiche les douze premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ (de u_0 à u_{11}) où la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par (TP 05 - Exercice 6)

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}$$

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3
4 def suite(n):
5     u = .....
6     for .....
7         .....
8     return(u)
9
10
11 abscisses = .....
12 ordonnees = .....
13 plt.plot(abscisses, ordonnees, '+')
14 plt.show()
```