COLLE 18 - *Semaine du 10/03 au 14/03*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours *(voir page 2).*

Chapitre 17 - Variables aléatoires finies

- Notion de variable aléatoire finie
- Loi d'une variable aléatoire finie
- Transformation d'une variable aléatoire
- Espérance, variance, écart type pour une variable aléatoire finie
- Lois usuelles finies : loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale

NOTES POUR LES COLLEUSES/COLLEURS : Seules les variables aléatoires **finies** ont été traitées dans ce chapitre. Les variables aléatoires infinies (discrètes) seront vues plus tard.

Chapitre 18 - Séries numériques

- Notion de série : somme partielle d'indice n, suite des sommes partielles, terme général
- Convergence/Divergence d'une série et notion de somme
- Condition nécessaire de convergence : si la suite $(u_k)_{k\in\mathbb{N}}$ ne converge pas vers 0, alors la série $\sum u_k$ diverge
- Cas particulier des séries de terme général positif : la suite des sommes partielles est croissante
- Théorèmes de comparaison pour les séries à termes positifs
- Notion de convergence absolue
- Séries de référence : séries télescopiques, séries géométriques et géométriques dérivées, séries exponentielles
- Opérations sur les séries convergentes (somme et multiplication par un scalaire)

Informatique

- Calculs simples en python : `+,-,*,/,**`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`
- Savoir simuler les lois usuelles

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Donner les caractéristiques d'une loi uniforme : sa loi (support et probabilités), son espérance, sa variance, et quelles situations une telle loi modélise. *(Chap. 17 - Définition 3.2)*
- ☐ Donner les caractéristiques d'une loi de Bernoulli : sa loi (support et probabilités), son espérance, sa variance, et quelles situations une telle loi modélise. *(Chap. 17 - Définition 3.5)*
- ☐ Donner les caractéristiques d'une loi binomiale : sa loi (support et probabilités), son espérance, sa variance, et quelles situations une telle loi modélise. *(Chap. 17 - Définition 3.7)*

- ☐ Critère de convergence d'une série géométrique *(Chap. 18 - Proposition 3.3)*
- ☐ Critère de convergence des séries géométriques dérivées d'ordre 1 et 2 *(Chap. 18 - Proposition 3.5)*
- ☐ Critère de convergence d'une série exponentielle *(Chap. 18 - Proposition 3.7)*

Un exercice :

- ☐ On lance trois fois une pièce équilibrée et on note X le rang d'apparition du premier Pile. On convient que X prend la valeur 0 si aucun Pile n'apparaît. Donner la loi de X. *(Chap. 17 - Exemple 1.6)*
- ☐ Soit U une variable aléatoire à valeurs dans $\{-1, 1, 4, 5\}$ dont la loi est donnée par

Valeurs de U	-1	1	4	5
Probabilité	$\mathbb{P}([U=-1]) = \frac{1}{4}$	$\mathbb{P}([U=1]) = \frac{1}{3}$	$\mathbb{P}([U=4]) = \frac{1}{6}$	$\mathbb{P}([U=5]) = \frac{1}{4}$

Montrer que U admet une variance et la calculer. *(Chap. 17 - Exemples 2.3, 2.7 & 2.12)*

- ☐ Étudier la nature de la série suivante et donner sa somme en cas de convergence. *(Chap. 18 - Exemple 3.1)*

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+1}\right)$$

- ☐ Étudier la nature des séries suivantes et donner leur somme en cas de convergence *(Chap. 18 - Exemples 3.4 et 3.6)*

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \left(\frac{1}{4}\right)^k \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{1}{3^k} \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}^*} \frac{k}{3^{k-1}}$$

- ☐ Étudier la nature des séries suivantes et donner leur somme en cas de convergence *(Chap. 18 - Exemple 3.8)*

$$\sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{2^k}{k!} \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{1}{3^k \times k!} \qquad \sum_{k\in\mathbb{N}} \frac{1}{k!}$$

- ☐ On considère une urne contenant 5 boules rouges (numérotées 1,2,3,4,5) et 4 boules jaunes (numérotées 6,7,8,9). On réalise 8 tirages avec remise dans cette urne. On note
  - Pour tout $k \in \{1, \ldots, 8\}$, X_k la variable aléatoire donnant le numéro obtenu au k-ième tirage.
  - R la variable aléatoire égale au nombre total de boules rouges obtenues.
  - J la variable aléatoire égale au nombre total de boules jaunes obtenues.

  1. Réaliser une simulation de X_1 à l'aide de Python.
  2. Réaliser une simulation de R à l'aide de Python.
  3. Réaliser une simulation de J à l'aide de Python.

  (TP 06 - Exercice 2)