COLLE 20 - *Semaine du 24/03 au 28/03*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 19 - Dérivabilité d'une fonction

- Formules de dérivées des fonctions usuelles
- Étude locale de la dérivée
  - Dérivabilité en un point/Taux d'accroissement en un point/Nombre dérivé
  - Dérivabilité à gauche et à droite en un point/Nombre dérivé à gauche et à droite
  - Interprétation géométrique de la dérivée en un point : lien avec l'équation de la tangente en cas de dérivabilité, asymptote verticale en cas de non dérivabilité
  - Développement limité à l'ordre 1, utilisation pour calculer des limites
  - Lien entre continuité en un point et dérivabilité en un point
- Étude globale de la dérivée
  - Utilisation de la dérivabilité pour calculer des limites
  - Dérivabilité sur un intervalle
  - Ensemble de dérivation des fonctions usuelles (polynomes, racine carrée, exp, ln,...)
  - Opérations sur les fonctions dérivables (combinaisons linéaires, produit, quotient, dérivabilité de la fonction réciproque pour une fonction bijective)
- Dérivées successives, fonctions de classe $\mathscr{C}^1, \mathscr{C}^2, \mathscr{C}^\infty$

Chapitre 20 - Espace $\mathbb{R}^n$

- Définition de l'espace $\mathbb{R}^n$, opérations interne et externe
- Notion de combinaison linéaire de deux vecteurs (ou plus)
- Définition d'un sous-espace vectoriel
- Définition d'un sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs
- Notion de famille génératrice, famille libre, base

NOTES POUR LES COLLEURS/COLLEUSES : La notion de dimension n'a pas été abordée dans ce chapitre et sera vue plus tard.

Informatique

- Calculs simples en python : `+`,`-`,`*`,`/`,`**`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`
- Savoir simuler les lois usuelles

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Définition de la dérivabilité d'une fonction en un point *(Chap. 19 - Définition 1.1)*
- ☐ Lien entre continuité et dérivabilité : énoncer l'implication qui est vraie et donner un contre-exemple (ou deux ?) pour l'implication qui est fausse *(Chap. 19 - Proposition 1.12 + Remarque en dessous)*
- ☐ Donner l'ensemble de dérivabilité des fonctions usuelles suivantes : les fonctions polynomiales, la fonction exponentielle, la fonction logarithme et la fonction racine carrée *(Chap. 19 - Proposition 2.3)*

- ☐ Définition d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ *(Chap 20 - Définition 2.1)*
- ☐ Définition d'une famille génératrice *(Chap 20 - Définition 3.1)*
- ☐ Définition d'une famille libre *(Chap 20 - Définition 3.7)*

Un exercice :

- ☐ Étudier la dérivabilité de la fonction valeur absolue en 0. *(Chap. 19 - Exemple 1.7)*
- ☐ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad f(x) = \begin{cases} x^2 \ln(x) & \text{si } x > 0 \\ x^3 & \text{si } x \leqslant 0 \end{cases}$$

  Étudier sa dérivabilité en 0. *(Interro 13 - Question 1)*
- ☐ (Rappel d'un chapitre précédent) On considère la fonction f définie sur $I = \left]0, \frac{1}{2}\right[$ par

$$\forall x \in I, \qquad f(x) = 2\mathrm{e}^{-x}\sqrt{x}.$$

  Montrer que f réalise une bijection entre I et un intervalle à déterminer. *(Chap. 19 - Exemple 2.9, Question 1)*

- ☐ Montrer que l'ensemble $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3x\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$. *(Chap. 20 - Exemple 2.2)*
- ☐ Soit $F = \{(2a-b, 3a+b+c, 5c-b) \mid (a,b,c) \in \mathbb{R}^3\}$ un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Déterminer une famille génératrice de F. *(Chap. 20 - Exemple 3.5)*
- ☐ Soient $u_1 = (1,2,-1)$, $u_2 = (1,0,1)$ et $u_3 = (0,0,1)$. Montrer que la famille (u_1,u_2,u_3) est libre. *(Chap. 20 - Exemple 3.11)*

- ☐ On considère une urne contenant 5 boules rouges (numérotées 1,2,3,4,5) et 4 boules jaunes (numérotées 6,7,8,9). On réalise 8 tirages avec remise dans cette urne. On note
  - Pour tout $k \in \{1, \dots, 8\}$, X_k la variable aléatoire donnant le numéro obtenu au k-ième tirage.
  - R la variable aléatoire égale au nombre total de boules rouges obtenues.
  - J la variable aléatoire égale au nombre total de boules jaunes obtenues.

  1. Réaliser une simulation de X_1 à l'aide de Python.
  2. Réaliser une simulation de R à l'aide de Python.
  3. Réaliser une simulation de J à l'aide de Python.

  (TP 06 - Exercice 2)