COLLE 21 - *Semaine du 31/03 au 04/04*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 20 - Espace $\mathbb{R}^n$

- Définition de l'espace $\mathbb{R}^n$, opérations interne et externe
- Notion de combinaison linéaire de deux vecteurs (ou plus)
- Définition d'un sous-espace vectoriel
- Définition d'un sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs
- Notion de famille génératrice, famille libre, base

NOTES POUR LES COLLEURS/COLLEUSES : La notion de dimension n'a pas été abordée dans ce chapitre et sera vue plus tard.

Chapitre 21 - Application de la dérivation

- Inégalité des accroissements finis et application à l'étude de suites
- (Révisions) Lien entre monotonie et signe de la dérivée
- Notion d'extremum local et lien avec le signe de la dérivée
- Notion de convexité/concavité : définition à partir des cordes, caractérisation avec le signe de la dérivée seconde, caractérisation avec les tangentes

Informatique

- Calculs simples en python : `+,-,*,/,**`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`
- Savoir simuler les lois usuelles

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Définition d'un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^n$ *(Chap 20 - Définition 2.1)*
- ☐ Définition d'une famille génératrice *(Chap 20 - Définition 3.1)*
- ☐ Définition d'une famille libre *(Chap 20 - Définition 3.7)*

- ☐ Énoncer l'inégalité des accroissements finis (v1 ou v2) *(Chap 21 - Proposition 1.1)*
- ☐ Donner la caractérisation de la convexité *(Chap 21 - Proposition 3.1)*

Un exercice :

- ☐ Montrer que l'ensemble $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3x\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$. *(Chap. 20 - Exemple 2.2)*
- ☐ Soit $F = \{(2a-b, 3a+b+c, 5c-b) \mid (a,b,c) \in \mathbb{R}^3\}$ un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Déterminer une famille génératrice de F. *(Chap. 20 - Exemple 3.5)*
- ☐ Soient $u_1 = (1,2,-1)$, $u_2 = (1,0,1)$ et $u_3 = (0,0,1)$. Montrer que la famille (u_1,u_2,u_3) est libre. *(Chap. 20 - Exemple 3.11)*

- ☐ Montrer, à l'aide de l'inégalité des accroissements finis, que,

$$\forall a,b \in]-\infty,-1], \qquad 0 \leqslant \mathrm{e}^b - \mathrm{e}^a \leqslant \frac{1}{\mathrm{e}}(b-a)$$

(Chap. 21 - Exemple 1.3)

- ☐ On considère la fonction

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\backslash\{-1\} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \frac{\mathrm{e}^x}{1+x} \end{array}$$

  Dresser le tableau de variations de la fonction f. En déduire l'allure de la courbe de f. *(Chap. 21 - Exemple 1.7)*

- ☐ Soit f la fonction donnée par

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \exp(x) \end{array}$$

  Montrer que la fonction f est convexe sur $\mathbb{R}$ et en déduire que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \qquad \exp(x) \geqslant x+1$$

(Chap. 21 - Exemple 3.3, Questions 1 et 4)

- ☐ On considère une urne contenant 5 boules rouges (numérotées 1,2,3,4,5) et 4 boules jaunes (numérotées 6,7,8,9). On réalise 8 tirages avec remise dans cette urne. On note
  - Pour tout $k \in \{1,\dots,8\}$, X_k la variable aléatoire donnant le numéro obtenu au k-ième tirage.
  - R la variable aléatoire égale au nombre total de boules rouges obtenues.
  - J la variable aléatoire égale au nombre total de boules jaunes obtenues.

  1. Réaliser une simulation de X_1 à l'aide de Python.
  2. Réaliser une simulation de R à l'aide de Python.
  3. Réaliser une simulation de J à l'aide de Python.

(TP 06 - Exercice 2)