Interrogation du 19/05/2025

NOM Prénom :

1. Compléter le texte ci-dessous avec les informations nécessaires.

« *Soit* $p \in]0,1[$. *Une variable aléatoire* X ***géométrique de paramètre*** p *est une variable aléatoire discrète (infinie) dont la loi est donnée par,*

$$X(\Omega) = \mathbb{N}^* \qquad et \qquad \forall k \in \mathbb{N}^*, \quad \mathbb{P}([X=k]) = (1-p)^{k-1} \times p$$

On note alors $X \hookrightarrow \mathscr{G}(p)$. *Cette variable admet une espérance et une variance qui valent*

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p} \qquad et \qquad V(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

»

2. Compléter le texte ci-dessous avec les informations nécessaires.

« *Soit* $\lambda > 0$. *Une variable aléatoire* X ***de Poisson de paramètre*** λ *est une variable aléatoire discrète (infinie) dont la loi est donnée par,*

$$X(\Omega) = \mathbb{N} \qquad et \qquad \forall k \in \mathbb{N}, \quad \mathbb{P}([X=k]) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

On note alors $X \hookrightarrow \mathscr{P}(\lambda)$. *Cette variable admet une espérance et une variance qui valent*

$$\mathbb{E}(X) = \lambda \qquad et \qquad V(X) = \lambda$$

»

Tournez la page →

3. Calculer les intégrales suivantes.

a) $\displaystyle\int_0^1 (x^2+2x+1)\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{x}\mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x}{1+x^2}\mathrm{d}x$

d) $\displaystyle\int_{-1}^1 x(x^2+1)^2\mathrm{d}x$

a) On a :

$$\boxed{\int_0^1 (x^2+2x+1)\,dx} = \left[\frac{1}{3}x^3+x^2+x\right]_0^1$$
$$= \frac{1}{3}\times 1^3+1^2+1-\left(\frac{1}{3}\times 0^3+0^2+0\right)$$
$$\boxed{=\frac{7}{3}}$$

b) On a :

$$\boxed{\int_1^e \frac{1}{x}\,dx} = \left[\ln(|x|)\right]_1^e$$
$$= \ln(e)-\ln(1)$$ car $e \geqslant 0$ et $1 \geqslant 0$
$$\boxed{=1}$$

c) On a :

$$\boxed{\int_1^2 \underbrace{\frac{2x}{1+x^2}}_{\text{de la forme } \frac{u'}{u}}\,dx} = \Big[\overbrace{\ln(|1+x^2|)}^{=\ln(|u|)}\Big]_1^2$$
$$\boxed{=\ln(5)-\ln(2)}$$ car $5 \geqslant 0$ et $2 \geqslant 0$

d) On a :

$$\boxed{\int_{-1}^1 x\,(x^2+1)^2\,dx} = \frac{1}{2}\int_{-1}^1 \underbrace{2x(x^2+1)^2}_{\text{de la forme } u'\times u^2}\,dx$$
$$= \frac{1}{2}\Big[\underbrace{\frac{1}{3}(x^2+1)^3}_{=\frac{1}{3}u^3}\Big]_{-1}^1$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}(1^2+1)^3-\frac{1}{3}((-1)^2+1)^3\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\times 2^3-\frac{1}{3}\times 2^3\right)$$
$$\boxed{=0}$$