COLLE 27 - *Semaine du 16/06 au 20/06*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

Chapitre 26 - Intégration sur un segment

- Définition de l'intégrale sur un segment d'une fonction continue
- Interprétation graphique/lien avec l'aire algébrique
- Linéarité de l'intégrale, relation de Chasles
- Positivité et croissance de l'intégrale
- Inégalité triangulaire
- Théorème fondamental du calcul intégral
- Technique de changement de variables
- Technique d'intégration par parties

Chapitre 27 - Applications Linéaires

- Définition d'une application linéaire
- Opérations sur les applications linéaires (somme, composition)
- Noyau d'une application linéaire, lien avec l'injectivité
- Image d'une application linéaire, savoir déterminer une base de l'image d'une application, lien avec la surjectivité
- Théorème du rang et ses conséquences (si l'espace de départ et d'arrivée d'une application ont la même dimension, alors la fonction est injective ssi elle est surjective ssi elle est bijective)

NOTES POUR LES COLLEURS/COLLEUSES: Le lien entre matrices et applications linéaires n'a pas encore été vu + L'exemple 3.6 (et la méthode associée) pour déterminer l'image d'une application de manière conditionnelle n'a pas été traité en cours. On utilisera plutôt la Proposition 3.3 pour déterminer l'image.

Informatique

- Calculs simples en python : `+,-,*,/,**`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maitriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Comprendre une boucle `for`.
- Comprendre une boucle `while`.
- Savoir tracer le graphe d'une fonction ou d'une suite à l'aide de `matplotlib`
- Savoir simuler les lois usuelles (finies et infinies)
- Savoir faire tourner des algorithmes de recherche dans une liste

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

Un énoncé :

- ☐ Donner la définition de l'intégrale d'une fonction f sur un segment $[a,b]$ *(Chap 26 - Définition 1.1)*
- ☐ Donner la relation de Chasles *(Chap 26 - Proposition 1.7)*
- ☐ Enoncer le théorème fondamental de l'intégration *(Chap 26 - Proposition 1.16)*

- ☐ Définition d'une application linéaire *(Chap 27 - Définition 1.1)*
- ☐ Définition du noyau d'une application linéaire et lien avec l'injectivité *(Chap 27 - Définition 2.1 et Proposition 2.4)*
- ☐ Définition de l'image d'une application linéaire et lien avec la surjectivité *(Chap 27 - Définition 3.1 et Proposition 3.6)*

Un exercice :

- ☐ Calculer $I = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln(x)}{x[1+(\ln x)^2]}\mathrm{d}x$ à l'aide du changement de variables «$t = \ln(x)$». *(Chap 26 - Exemple 2.6)*
- ☐ Calculer $I = \int_0^1 t\mathrm{e}^{2t}\mathrm{d}t$ à l'aide d'une intégration par parties. *(Chap 26 - Exemple 2.10)*

- ☐ Montrer que l'application f suivante est linéaire, *(Chap 27 - Exemple 1.5)*

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (x+y,-x-y) \end{array}$$

- ☐ Déterminer le noyau de l'application $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ définie par *(Chap 27 - Exemple 2.2)*

$$\forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \qquad f(x,y,z) = (2x-y, x+3y-z)$$

- ☐ Déterminer une base de l'image de l'application $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ définie par *(Chap 27 - Exemple 3.4)*

$$\forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \qquad f(x,y,z) = (x+z, y-x, z+y, x+y+2z)$$

- ☐ Compléter la fonction Python suivante afin que, prenant en argument une liste `L` et un élément `x`, elle renvoie `True` si l'élément `x` est dans la liste et `False` sinon.

```
def recherchenaive(L,x):
        #creation d'une variable e qui parcourt la liste
        for e in L:
                #si e vaut  x
                if ..........................
                #la fonction renvoie True
                        ..........................
        #si aucun match, la fonction renvoie False
        ..........................
```

(TP 10 - Section I.2)

- ☐ Dans chacune des situations ci-dessous, identifier la loi de la variable aléatoire considérée (parmi toutes les lois usuelles) et simuler un tirage d'une telle variable aléatoire grâce à Python. *(TP 11 - Exercice 1)*
  1. On lance un dé équilibré. On note X la variable aléatoire égale au numéro obtenu. Faire une simulation de X_1.
  2. On réalise une infinité de tirages avec remise dans une urne contenant 2 boules rouges et 8 boules bleues. On note X_3 la variable aléatoire égale au rang de la première boule rouge obtenue. Faire une simulation de X_3.
  3. On considère la variable aléatoire X_8 dont la loi est donnée par

$$X_8(\Omega) = \mathbb{N} \text{ et } \forall k \in \mathbb{N},\ \mathbb{P}([X_8 = k]) = \frac{2^k \times \mathrm{e}^{-2}}{k!}$$

  Faire une simulation de X_8.