Interrogation du 06/10/2025

1. La fonction est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

On calcule la dérivée en utilisant la règle du produit :

$$f'(x) = (x^2 - 3)e^x + 2xe^x$$

$$f'(x) = (x^2 + 2x - 3)e^x$$

Comme $e^x > 0$ pour tout x , le signe de $f'(x)$ dépend seulement de :

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$$

Racines: $x = -3$ et $x = 1$.

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
f	0	$6e^{-3}$	$-2e$	$+\infty$

2. .

Soit $x \geq 0$. On a $x \geq 0$

Donc $x + 5 \geq 5$

Donc $\sqrt{x + 5} \geq \sqrt{5}$

Donc $\frac{1}{\sqrt{x+5}} \leq \frac{1}{\sqrt{5}}$

Donc $\frac{2}{\sqrt{x+5}} \leq \frac{2}{\sqrt{5}}$

Ainsi, on a bien montré que pour tout $x \geq 0$, $\frac{2}{\sqrt{x+5}} \leq \frac{2}{\sqrt{5}}$

en ajoutant 5 de chaque côté de l'inégalité

en composant par $x \mapsto \sqrt{x}$ qui est croissante sur $[0, +\infty[$

en composant par $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui est décroissante sur $]0, +\infty[$

en multipliant par $2 > 0$ de chaque côté

3. .

- La fonction f est bien définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $x \mapsto x^2 + 1$ ne s'annule jamais.

- Son ensemble de définition, donné par $\mathbb{R}$, est bien symétrique par rapport à 0 .

- Soit $x \in \mathbb{R}$.

$$f(-x) = \frac{(-x)}{(-x)^2 + 1}$$

$$= \frac{-x}{x^2 + 1}$$

$$= -f(x)$$

Donc la fonction f est impaire sur $\mathbb{R}$.

4. `import numpy as np`

`x = 2 # programme doit fonctionner si on change cette valeur`

`if x <= 0 :`

`print (x**2 + 2*x)`

`else :`

`print (np.log(x + 3))`