# TD 06 – Sommes & Produits (bis)

**Exercice 1 – Somme d'une constante.** Soient $n, p, q \in \mathbb{N}^*$ avec $p < q$ et $x \in \mathbb{R}$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=1}^{10} 3$
2) $\sum_{\ell=0}^{21} 5$
3) $\sum_{i=1}^{n} 1$
4) $\sum_{j=n}^{n+10} 1$
5) $\sum_{k=p}^{q} (-1)$
6) $\sum_{k=1}^{n} x$

**Exercice 2 – Somme des entiers et des entiers au carré.** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=1}^{6} k$
2) $\sum_{k=0}^{6} k$
3) $\sum_{\ell=1}^{10} \ell^2$
4) $\sum_{k=1}^{n+1} k$
5) $\sum_{j=1}^{n-1} j$
6) $\sum_{k=1}^{n^2} k^2$

**Exercice 3 – Somme des entiers et des entiers au carré mais il manque des termes....** Soit $n \in \mathbb{N}^*, n \geqslant 5$. Soient $p, q \in \mathbb{N}^*$ avec $p < q$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=3}^{12} k$
2) $\sum_{k=5}^{n} k^2$
3) $\sum_{j=100}^{200} j$
4) $\sum_{k=p}^{q} k$

**Exercice 4 – Somme des entiers et des entiers au carré, enfin presque !.** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer les sommes suivantes en utilisant la linéarité de la somme.

1) $\sum_{k=1}^{n} (5k)$
2) $\sum_{k=0}^{n} (k-10)$
3) $\sum_{k=0}^{n+1} (2k+1)$
4) $\sum_{k=1}^{n} \frac{k+1}{2}$
5) $\sum_{k=5}^{n+1} (-k+1)$

**Exercice 5 – Sommes géométriques.** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=0}^{n} 2^k$
2) $\sum_{k=1}^{n} 4^k$
3) $\sum_{k=2}^{n+1} \left(\frac{1}{2}\right)^k$
4) $\sum_{k=0}^{n} 1^k$

**Exercice 6 – Sommes géométriques un peu cachée....** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. En utilisant les règles suivantes sur les puissances, pour tout $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^*$, $(p,q) \in \mathbb{N}^2$,

$$x^{p+q} = x^p \times y^q \qquad x^{-p} = \frac{1}{x^p} \qquad \frac{1}{y^k} = \left(\frac{1}{y}\right)^k \qquad \frac{x^k}{y^k} = \left(\frac{x}{y}\right)^k \qquad x^{p\times k} = (x^p)^k$$

calculer les sommes suivantes.

1) $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{3^k}$
2) $\sum_{k=1}^{10} \frac{2^k}{3^k}$
3) $\sum_{k=2}^{n+1} 2^{k+3}$
4) $\sum_{k=1}^{n} 2^{2k}$
5) $\sum_{k=1}^{n} 3^k \times 5^{-k}$