

COLLE 8 - Semaine du 20/11 au 24/11

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2 du programme).

Chapitre VIII - Polynômes

- Notion de polynôme (défini en tant que fonction polynômiale), notation $\mathbb{R}[x]$
- Opérations sur les polynômes (multiplication par un scalaire, somme et produit de deux polynômes)
- Degré d'un polynôme, degré d'une somme et d'un produit de polynômes, notation $\mathbb{R}_n[x]$
- Unicité d'un polynôme
- Racine d'un polynôme, factorisation, nombre de racines en fonction du degré
- Cas particuliers des polynômes de degré deux : racines, factorisation et relation coefficients-racines
- Division euclidienne (à la main)

NOTE POUR LES COLLEURS/COLLEUSES :

- Les polynômes sont vus comme des fonctions polynômiales, et non pas comme des polynômes à une indéterminée.
- La notion de multiplicité d'une racine n'a pas été abordée.
- Pour la division euclidienne, on trouve les polynômes "à la main" (en les cherchant avec des coefficients indéterminés) et non pas en posant la division.

Chapitre IX - Logique

- Opérations "ou", "et", "non" sur les assertions, négation
- Implication, équivalence, réciproque, contraposée
- Quantificateurs \forall, \exists , négation des quantificateurs

Chapitre X - Applications

- Application, ensemble de définition, ensemble d'arrivée, antécédent, image
- Composition de deux applications

NOTE POUR LES COLLEURS/COLLEUSES : Seul le tout début du chapitre a été abordé pour l'instant. Les notions d'image, d'injectivité, surjectivité, et bijectivité seront au programme la semaine prochaine.

Informatique

- Calculs simples en python : `+, -, *, /, **`
- Définir une variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Charger la bibliothèque numpy (`import numpy as np`), fonctions usuelles : `np.exp`, `np.log`, `np.sqrt`
- Instruction conditionnelle `if...elif...else`
- Les listes
- Boucles `for`

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants.

Un énoncé :

- Définition du degré d'un polynôme (Chapitre VIII - Déf 1.8)
- Degré de λP , $P + Q$ et PQ (Chapitre VIII - Prop 1.10)
- Définition d'une racine d'un polynôme (Chapitre VIII - Déf 2.1)
- Factorisation d'un polynôme qui admet une racine (Chapitre VIII - Prop 2.8)
- Nombre de racines d'un polynôme (Chapitre VIII - Prop 2.10)
- Division euclidienne de deux polynômes (Chapitre VIII - Prop 3.1)

- Syntaxe d'une boucle for (TP 5)

```
for element in sequence:
    bloc d'instructions
```

Un exercice :

- Trouver $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ tel que, (Chapitre VIII - Ex. 1.14)

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad \frac{x^2 + 3x + 1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}.$$

- Factoriser et donner les racines de $P \in \mathbb{R}[x]$ où P est défini par (Chapitre VIII - Ex. 2.9)

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = 3x^3 + 10x^2 - 3x - 10$$

- Factoriser et donner les racines de $P \in \mathbb{R}[x]$ où P est défini par (Chapitre VIII - Ex. 2.12)

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = x^5 - 2x^3 + x$$

- Déterminer l'ensemble des antécédents de $(0, 1)$ par f , où (Chap X - Ex. 1.11)

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\longmapsto (2x - y, 3x - 2y) \end{aligned}$$

- Montrer que les deux applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sont égales, où (Chap X - Ex. 1.7)

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \ln(1 + e^x) \quad \text{et} \quad g(x) = x + \ln(1 + e^{-x})$$

- Déterminer (si c'est possible) $g \circ f$ et $f \circ g$, où (Chap X - Ex. 2.2)

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}_+^* &\longrightarrow \mathbb{R}_+^* & \text{et} & & g : \mathbb{R}_+^* &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \sqrt{x} & & & x &\longmapsto \ln(x) \end{aligned}$$

- On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par (TP 6)

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \ln(n \times u_n + 2) \end{cases}$$

Écrire un programme qui crée la liste $L = [u_0, u_1, u_2, \dots, u_{20}]$.

- Écrire un programme calculant (TP 6)

$$\sum_{k=1}^{1000} \frac{1}{k^2}$$