Colle 9 - *Semaine du 27/11 au 01/12*

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours.

Chapitre IX - Logique

- Opérations “ou”, “et”, “non” sur les assertions, négation
- Implication, équivalence, réciproque, contraposée
- Quantificateurs $\forall$, $\exists$, négation des quantificateurs

Chapitre X - Applications

- Application, ensemble de définition, ensemble d’arrivée, antécédent, image
- Composition de deux applications
- Image directe d’une application, $\mathrm{Im}(f)$
- Notion d’injectivité
- Notion de surjectivité
- Notion de bijectivité

Informatique

- Calculs simples en python : `+,-,*,/,**`
- Définir une variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Charger la bibliothèque numpy (`import numpy as np`), fonctions usuelles : `np.exp, np.log, np.sqrt`
- Instruction conditionnelle `if...elif...else`
- Les listes
- Boucles `for`
- Boucles `while`

Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants.

Un énoncé :

☐ Syntaxe d’une boucle `for` *(TP 5)*

```
for element in sequence:
    bloc d'instructions
```

☐ Syntaxe d’une boucle `while` *(TP 7)*

```
initialisation
while condition:
    bloc_instructions
```

☐ Définition et caractérisation d’une fonction injective *(Chapitre X - Def 4.1 et Prop 4.2)*

☐ Définition et caractérisation d’une fonction surjective *(Chapitre X - Def 4.8 et Prop 4.9)*

☐ Définition et caractérisation d’une fonction bijective *(Chapitre X - Def 4.15 et Prop 4.16)*

Un exercice :

☐ Déterminer l'ensemble des antécédents de $(0,1)$ par f, où *(Chap X - Ex. 1.11)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (2x-y, 3x-2y) \end{array}$$

☐ Montrer que l'application $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ est injective où *(Chap X - Ex. 4.4)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ x & \longmapsto & (x, x^2) \end{array}$$

☐ Montrer que l'application $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ n'est pas injective où *(Chap X - Ex. 4.6)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}_+ \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

☐ Montrer que l'application $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ est surjective où *(Chap X - Ex. 4.11)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \longmapsto & xy \end{array}$$

☐ Montrer que l'application $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ n'est pas surjective où *(Chap X - Ex. 4.13)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$$

☐ On considère les applications *(Chap X - Ex. 4.21)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{Z} & \longrightarrow & \mathbb{Z} \\ k & \longmapsto & k+1 \end{array} \quad \text{et} \quad g: \begin{array}{ccc} \mathbb{Z} & \longrightarrow & \mathbb{Z} \\ n & \longmapsto & n-1 \end{array}$$

Montrons que l'application f est bijective, de bijection réciproque donnée par g.

☐ Montrer que l'application suivante est bijective *(Chap X - Ex. 4.22)*

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (x+y, x-y) \end{array}$$

☐ Écrire un programme calculant *(TP 6)*

$$\sum_{k=1}^{1000} \frac{1}{k^2}$$

☐ On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \frac{1}{2n+1}$. Écrire un programme permettant de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $v_n < 0,001$. *(TP 7)*