Mathématiques - ECG1 Corrigé Interro 4

## Interrogation du 13/10/2025

1.

Soit 
$$x \ge 0$$
. On a  $x \ge 0$ 

Donc  $x+5 \ge 5$ 

Donc  $\sqrt{x+5} \ge \sqrt{5}$ 

Donc  $\frac{1}{\sqrt{x+5}} \le \frac{1}{\sqrt{5}}$ 

Donc  $\frac{2}{\sqrt{x+5}} \le \frac{2}{\sqrt{5}}$ 

en ajoutant 5 de chaque côté de l'inégalité

en composant par  $x \mapsto \sqrt{x}$  qui est croissante sur  $[0, +\infty[$ 

en composant par  $x \mapsto \frac{1}{x}$  qui est décroissante sur  $]0, +\infty[$ 

en multipliant par  $2 > 0$  de chaque côté

Ainsi, on a bien montré que pour tout  $x \ge 0$ ,  $\frac{2}{\sqrt{x+5}} \le \frac{2}{\sqrt{5}}$ 

2. (voir cours)
3. .
$$\sum_{k=0}^{n} \frac{2}{5^{k}} = 2 \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{5}\right)^{k}$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{0} \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n-0+1}}{1 - \frac{1}{5}}$$

$$= 2 \times \frac{5}{4} \times \left(1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{n+1}\right)$$

$$= \frac{10}{4} \times \left(1 - \frac{1}{10^{n+1}}\right)$$
4.  $S_{n} = \sum_{k=1}^{n} (3k^{2}) + \sum_{k=1}^{n} (2k) + \sum_{k=1}^{n} (1)$ 

$$= 3 \sum_{k=1}^{n} k^{2} + 2 \sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 1$$

$$= 3 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2 \times \frac{n(n+1)}{2} + (n-1+1)$$
5. .
Soit  $n \in \mathbb{N}^{*}$ .
$$S_{1} = \sum_{k=1}^{n} (\ln(k+1) - \ln k)$$

$$S_1 = \sum_{k=1}^{n} (\ln(k+1) - \ln k)$$

$$= \ln(n+1) \qquad \text{par t\'elescopage}$$