

## COLLE 09 - Semaine du 24/11 au 30/11

La colle débutera par une question de cours et un exercice de cours (voir page 2).

### Chapitre 8 - Calcul Matriciel

- Notion de matrice, écriture compacte ou en extension
- Ensemble  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$
- Egalité de deux matrices
- Matrice nulle et identité
- Matrice diagonale, triangulaire supérieure, triangulaire inférieure
- Opérations : addition de deux matrices, multiplication d'une matrice par un scalaire, multiplication de deux matrices, puissance d'une matrice carrée
- Matrice transposée
- Matrice symétrique
- Matrice inversible : définition, cas particuliers (matrices  $2 \times 2$ , matrices diagonales, triangulaires), cas général pour trouver l'inverse en passant par un système linéaire
- Lien entre système linéaire et calcul matriciel et ses conséquences

### Chapitre 9 - Limite d'une suite (début)

- Définition de convergence vers un réel, vers  $\pm\infty$  en terme de quantificateurs
- Limites usuelles (puissances, exponentielle, logarithme, suites géométriques)
- Opérations sur les limites (somme, produit, quotient, composition) avec les quatre formes indéterminées à connaître
- Croissances comparées pour résoudre les formes indéterminées dans certains cas
- Théorème de la limite monotone

### Informatique

- Calculs simples en python : `+, -, *, /, **`
- Notion de variable. Afficher une valeur avec `print`.
- Maîtriser la notion d'instruction conditionnelle
- Savoir définir une fonction
- Savoir définir une liste
- Comprendre une boucle `for`.

## Questions de cours & exercices de cours

Une question de cours et un exercice du cours seront demandés parmi les suivants. La question de cours sera notée sur cinq points, et de même pour l'exercice de cours, soit un total de **10 points** (sur les 20 au total). *Néanmoins, tout énoncé du cours pourra faire l'objet d'une question de cours, à tout moment de la colle.*

### Un énoncé :

- Définition d'une matrice inversible *(Chap 8 - Def 3.1)*
- Critère d'inversibilité pour une matrice 2x2 *(Chap 8 - Prop 3.8)*
- Critère d'inversibilité pour une matrice diagonale *(Chap 8 - Prop 3.12)*
- Critère d'inversibilité pour une matrice triangulaire *(Chap 8 - Prop 3.15)*

---

- Donner la limite des suites de référence suivantes  $(n^a)_{n \in \mathbb{N}^*}$  (pour  $a > 0$  et  $a < 0$ ),  $(\exp(an))_{n \in \mathbb{N}}$  (pour  $a > 0$ ) et  $(\ln(n)^a)_{n \in \mathbb{N}}$  (pour  $a > 0$ ). *(Chap 9 - Section 2.1.a)*
- Donner la limite des suites géométriques en fonction de la raison *(Chap 9 - Section 2.1.b)*

### Un exercice :

- On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Montrer que  $A$  est inversible et donner son inverse. *(Chap 8 - Ex 3.9)*

- On considère la matrice  $D_1$ , donnée par

$$D_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Montrer que  $D_1$  est inversible et donner son inverse. *(Chap 8 - Ex 3.13)*

---

- Donner la limite des suites suivantes. *(Chap 9 - Ex 2.1)*

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = n^2 + \frac{1}{n} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{\sqrt{n}}{e^{-n} - 1}$$

- Donner la limite des suites suivantes *(Chap 9 - Ex 2.5)*

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = n^2 - 3n + 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{2n^3 - 5n + 1}{n^2 + 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{e^n + n}{n^2 + 1}$$


---

- Ecrire une fonction, appelée `tabledmultiplication`, qui prend en argument un entier  $n$  et qui renvoie une liste contenant le résultat de toutes les multiplications de la forme  $n \times k$  pour  $k \in \{0, \dots, 10\}$ . *(Algo 05 - Section IV, Ex 1.3)*