

Devoir Maison n°1

EXERCICE I - QUANTIFICATEURS

Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} . On considère les quatre énoncés mathématiques suivants :

1. $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$ ou $g(x) = 0$
2. $(\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 0)$ ou $(\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = 0)$
3. $\exists x \in \mathbb{R}, f(x) = 0$ et $g(x) = 0$
4. $(\exists x \in \mathbb{R}, f(x) = 0)$ et $(\exists x \in \mathbb{R}, g(x) = 0)$

Montrer que les propositions 1 et 2 ne sont pas équivalentes, puis que les propositions 3 et 4 ne sont pas équivalentes.

Pour chacun des cas, on proposera un contre exemple sous la forme d'un couple f, g de fonctions. On pourra les définir par une expression algébrique ou proposer une représentation graphique. Expliquez sur votre copie la construction de vos contre-exemples (comment les trouver? qu'est-ce que ces fonctions ont de spécial?)

RACINES ET PUISSANCES

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ il existe a_n, b_n, c_n, d_n tels que $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^n = a_n + b_n\sqrt{2} + c_n\sqrt{3} + d_n\sqrt{6}$.
Écrire un système d'équations permettant d'exprimer $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1}$ en fonction de a_n, b_n, c_n, d_n