

VI. SEMAINE 6 : 4 NOVEMBRE - 8 NOVEMBRE

Tout sur les suites + limites de fonctions, continuité

Contenus :

1. Tout ce qu'il y avait précédemment sur les suites : monotonie, suites bornées, limites, encadrements, théorèmes de convergence (si u_{2n} et u_{2n+1} ont la même limite...).
2. Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, suites récurrentes linéaires : terme général de la suite, cas de convergences. Suites définies implicitement.
3. Définitions de la limite d'une fonction (en x_0 , en $\pm\infty$, limites finies ou infinies), de la continuité en un point
4. Calculs pratiques de limite. Limites à connaître : croissances comparées logarithmes/polynômes/exponentielles en $\pm\infty$, $x^m \ln^n(x)$, $\frac{\sin(x)}{x}$, $\frac{e^x-1}{x}$, $\frac{\ln(1+x)}{x}$, $\frac{\cos(x)-1}{x}$ en 0
5. Théorème des valeurs intermédiaires, théorème des bornes, théorème de la bijection.
6. Allure de la courbe d'une bijection réciproque (symétrie par rapport à $y = x$)

Questions de cours : 6 questions cette semaine.

1. Démonstration (avec une suite auxiliaire) du terme général d'une suite de la forme : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 5$
2. Trouver le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
3. Démonstration du théorème des valeurs intermédiaires.
4. Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires pour montrer :
 - (a) toute fonction continue $f : [0; 1] \rightarrow [0; 1]$ admet un point fixe.
 - (b) si f est continue sur $]a; b[$ avec $f(a) < 1$ et $f(b) > 1$, alors $f(x) = 1$ a une solution sur $]a; b[$

Pour les élèves : la première se trouve dans le TD, exercice 13, la deuxième est une version allégée de la propriété 18 du cours. Bien comprendre comment adapter le TVI à résoudre des équations qui ne sont pas de la forme "... = 0"

5. Définition de la notion d'asymptote oblique, étude des asymptotes de $f : x \mapsto \frac{x^2-2x-5}{x+2}$