

Feuille d'exercices n°7

Systèmes à résoudre - Entraînement

Exercice 1. Résoudre les systèmes linéaires :

$$1. \begin{cases} 2x + 3y - z = 3 \\ x - 2y + 4z = -1 \\ 3x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x + 8y - 14z = 3 \\ 2x + 6y - 11z = 2 \\ 3x + 4y - 4z = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3y - z = 1 \\ x - 2y - z = 1 \\ x + y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x - y - z = 3 \\ x + 2z = -5 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x - y - z = -3 \\ x + y + 2z = 1 \\ 6x + y + z = -3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + y + z - 4t = -1 \\ 2x - 3y - 8z + 7t = 8 \\ x + 3y + 5z - 10t = -5 \\ 4x - y - 6z - t = 6 \end{cases}$$

◇ **Exercice 2** (n équations). Résoudre le système linéaire :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_n = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 3x_n = 1 \\ \vdots \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + nx_n = 1 \end{cases}$$

Exercice 3. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. Résoudre selon la valeur de λ les systèmes linéaires.

1.

$$\begin{cases} x - y - z = \lambda \\ x + \lambda y - z = 1 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

2.

$$\begin{cases} x - y + z = \lambda \\ x + \lambda y - z = 1 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

3.

$$\begin{cases} (1-\lambda)x + 2y - z = 0 \\ -2x - (3+\lambda)y + 3z = 0 \\ x + y - (2+\lambda)z = 0 \end{cases}$$

◇ **Exercice 4.** Résoudre le système suivant, selon les valeurs de $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ -x + 2z = b \\ 2y + 2z = 4 \end{cases}$$

Exercice 5. Résoudre les deux systèmes suivants. Qu'en pensez-vous ?

Outils numériques utilisés pour cet exercice, concentrez-vous sur la partie «interprétation»

$$\begin{cases} x + 5y + 9z = 180 \\ 9x + 10y + 5z = 40 \\ 10x + 9y + z = -50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 5y + 9z = 180 \\ 9x + 10y + 5z = 41 \\ 10x + 9y + z = -50 \end{cases}$$

Applications

Exercice 6 (Décomposition en éléments simples - méthode 2). Soit $f(x) = \frac{x-3}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$. Déterminer 3 réels a , b et c tels que :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}, f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2}$$

Exercice 7. Montrer que les droites d'équations $8mx + (1 + 4m^2)y + 4m = 0$, où m parcourt \mathbb{R} , sont toutes concourantes en un point, que l'on déterminera.

Modéliser par un système linéaire

Exercice 8. Trouver tous les polynômes P du second degré vérifiant :

1. $P(-1) = 5$, $P(1) = 1$ et $P(2) = 2$
2. $P(-1) = 4$ et $P(2) = 1$

Exercice 9. *Écrire un système linéaire dont la résolution permet de répondre au problème suivant :*
 Tout cercle dans le plan cartésien peut être décrit par une équation de la forme

◇

$$x^2 + y^2 = ax + by + c,$$

où a, b, c sont des nombres réels. Trouvez l'équation du cercle C passant par les trois points $p_1(21, 19)$; $p_2(-23, 21)$; $p_3(-19, -23)$, en donnant les valeurs de a, b, c