XVII. Semaine 17 : 10-14 février

Contenus :

1. **Synthèse sur les deux semaines précédentes d'algèbre linéaire** : on reprend les deux thèmes précédents, et si l'élève est à l'aise on approfondit.
2. Espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels. Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel d'un e.v. de réfurunce
3. Somme de deux sev, somme directe, supplémentaire. L'intersection de deux sev est un sev, l'union non (en général). Montrer que deux sev sont supplémentaires (plusieurs exemples par analyse-synthèse)
4. Familles génératrices. Montrer qu'un ensemble est un sev en l'écrivant Vect(...). Familles libres, liées, bases. Bases canoniques. On ne parle pas de **dimension**.
5. Applications linéaires (avec beaucoup d'exemple), savoir le vérifier. Vocabulaire autour des applications linéaires. On ne parle pas de matrices d'AL dans une base.
6. Noyau, image. Utiliser le noyau pour montrer qu'un ensemble est un sev.
7. Projecteurs. Trouver l'image, le noyau. Montrer qu'une application linéaire est un projecteur via $p \circ p = p$

Questions de cours :

1. L'intersection de deux sev est un sev.
2. Si $v_{n+1} \in \mathrm{Vect}(v_1, \dots, v_n)$, alors $\mathrm{Vect}(v_1, \dots, v_n, v_{n+1}) = \mathrm{Vect}(v_1, \dots, v_n)$
3. Montrer que trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$ forment une famille libre ou génératrice.
4. Si $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}), X \mapsto MX$ est un endomorphisme de $\mathcal{M}_{n;1}(\mathbb{R})$
5. Si $u \in \mathcal{L}(E, F), \mathrm{Ker}(u)$ est un sev de E
6. Déterminer le noyau et l'image d'une application linéaire donnée de $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ ou $\mathbb{R}^4$ dans $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \mathbb{R}^4$
7. Soit $A = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ et $\phi : \begin{array}{ccc} \mathcal{M}_{2;1}(\mathbb{R}) & \longrightarrow & \mathcal{M}_{2;1}(\mathbb{R}) \\ X & \longmapsto & AX \end{array}$
   Montrer que ϕ est un projecteur de $\mathcal{M}_{2;1}(\mathbb{R})$ et déterminer ses espaces caractéristiques.