

Collection d'exemples - 1

Liste d'exemples à trouver. Étape 1 : chercher seul-e ou avec des camarades. Étape 2 : chercher dans le cours, dans les TD, dans des livres. Étape 3 : si les deux premières étapes ont échoué seulement, chercher sur internet et rédiger par soi-même pourquoi c'est un bon contre-exemple

Analyse

Fonctions

- | | |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Une fonction paire, une fonction impaire2. Une fonction ni paire ni impaire3. Une fonction périodique4. Une fonction bornée, une fonction non bornée5. Une fonction continue, une fonction pas continue | <ol style="list-style-type: none">6. Une fonction dérivable7. Une fonction continue mais pas dérivable8. Une fonction dérivable mais pas \mathcal{C}^19. Une fonction qui tend vers une limite finie, infinie en $+\infty$10. Une fonction convexe, concave, rien de tout ça |
|--|--|

Suites

- | | |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Une suite bornée2. Une suite non bornée3. Une suite non bornée, mais qui ne tend pas vers $\pm\infty$4. Une suite convergente5. Une suite bornée non convergente6. Une suite qui tend vers $+\infty$, vers 0, vers $-\infty$, une suite qui n'a pas de limite | <ol style="list-style-type: none">7. Une suite périodique8. Une suite qui tend vers $+\infty$ mais pas croissante9. Une suite positive, qui tend vers 0 mais pas décroissante10. Deux suites $u_n \rightarrow 0, v_n \rightarrow +\infty$ telles que : $u_n v_n \rightarrow 0, u_n v_n \rightarrow 1, u_n v_n \rightarrow +\infty$ |
|--|--|

Suites et séries 2

- | | |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Deux suites qui ont la même limite mais ne sont pas équivalentes2. Des suites $u_n \sim v_n$ et $w_n \sim z_n$ telles que $u_n + w_n$ non équivalent à $v_n + z_n$3. Des suites $u_n \sim v_n$ telles que e^{u_n} non équivalent à e^{v_n}4. Des suites équivalentes qui n'ont pas le même sens de variation.5. Une suite négligeable devant $\frac{1}{n}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{2^n}, \frac{1}{n!}$ | <ol style="list-style-type: none">6. Une série convergente, une série divergente7. Une série divergente dont le terme général tend vers 08. Une série convergente mais pas absolument convergente9. Deux séries divergentes telles que $\sum(u_n + v_n)$ converge10. Une série divergente de terme général $u_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ |
|---|--|

Algèbre linéaire

Matrices

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none">1. Une matrice diagonale, triangulaire supérieure, triangulaire inférieure, rien de tout ça2. Une matrice symétrique, asymétrique, rien de tout ça3. Une matrice inversible, une matrice non inversible4. Une matrice non inversible sans ligne ni colonne nulle | <ol style="list-style-type: none">5. Une matrice nilpotente6. Une matrice telle que $A^2 = A$7. Deux matrices qui commutent, deux matrices qui ne commutent pas8. Deux matrices non nulles telles que $AB = 0$ |
|---|---|

Espaces vectoriels et applications linéaires

1. Une base de \mathbb{R}^3 , \mathbb{R}^n , $\mathcal{M}_{m;n}(\mathbb{R})$, $\mathbb{R}_n[x]$
2. Une base non canonique de \mathbb{R}^3 , de $\mathbb{R}_n[x]$
3. Une famille libre mais pas génératrice, une famille génératrice mais pas libre dans \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3
4. Un espace vectoriel de dimension infinie
5. Une application linéaire dans chaque espace de référence

6. Une application non linéaire car $f(0) \neq 0$
7. Une application non linéaire avec $f(0) = 0$
8. Une application non/injective dans plusieurs espaces
9. Une application non/surjective dans plusieurs espaces
10. Un projecteur de \mathbb{R}^2 , de \mathbb{R}^3

Probabilités

1. Une fonction de probabilité non uniforme
2. Un événement non vide de probabilité nulle
3. Deux événements incompatibles
4. Deux événements indépendants
5. Deux événements indépendants selon une fonction de proba, non indépendants selon une autre fonction de proba

6. Trois événements indépendants 2 à 2 mais pas dans leur ensemble
7. Une variable aléatoire d'espérance nulle
8. Un système complet d'événements (quelconque)
9. Deux événements A, B tels que $\mathbb{P}_A(B) \neq \mathbb{P}_B(A)$
10. Deux variables aléatoires qui suivent la même loi sans être égales (trouver une modélisation)