

## 2024-2025 : QUESTIONS DE COURS

### I. SEMAINE 1 : 15 - 19 SEPTEMBRE

#### Contenus :

1. Révisions sur la récurrence. *On n'a pas encore travaillé sur la récurrence double et forte.*
2. Sommes et produits : introduction des symboles  $\sum$  et  $\prod$ . Linéarité de la somme,  $\prod_{k=1}^n \lambda u_k = \lambda^n \prod_{k=1}^n u_k$ .
3. Changements d'indices :  $j = k + p$ ,  $j = -k + p$ . **Aucun autre changement d'indice** (en tout cas, sans y réfléchir)
4. Télescopes ( $\sum u_{k+1} - u_k$ ,  $\sum u_k - u_{k-1}$ ,  $\prod \frac{u_{k+1}}{u_k}$ , etc)
5. Sommes arithmétiques, géométriques.
6. Définition de la factorielle, révisions sur les **coefficients binômiaux** : formule de récurrence, formule explicite, triangle de Pascal.
7. Formule du binôme de Newton.
8. Intversion de sommes doubles. Deux formes :  $\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m u_{kj}$  et  $\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k u_{kj}$
9. Travail introductif sur les **quantificateurs**. Exemples variés sur les propriétés des nombres, des suites, des fonctions. Négation de propriétés quantifiées *sans symboles*  $\Rightarrow, \Leftrightarrow$

#### Questions de cours :

1. Démonstration par récurrence :  $\sum_{k=1}^n x = nx$ ,  $\prod_{k=1}^n x = x^n$
2. Démonstration par récurrence :  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. Montrer : si  $q \neq 1$  et  $n$  est un entier naturel,  $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$  en faisant apparaître un télescope.
4. Montrer par récurrence : pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , pour tout  $k \in [0; n]$ ,  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ . **Attention** à la disjonction de cas dans l'hérédité.
5. Énoncé de la formule du binôme de Newton (sans démonstration). **Attention** : énoncer une formule nécessite d'**introduire** toutes les variables utilisées.