

## XI. SEMAINE 11 : 8-12 DÉCEMBRE

### Contenus :

1. Nous avons vu **toutes les formules** au programme sur les fonctions sin, cos, tan, arctan. Savoir tracer les courbes de ces fonctions, connaître les valeurs particulières, les formules de parité, périodicité, addition pour les fonctions sin et cos
2. Fonctions dérivables (définition, propriétés, équations de tangentes, ...) et calcul de dérivées : somme, produit, quotient, composition de fonctions, dérivée d'une bijection réciproque.
3. Théorème de Rolle, égalité et inégalité des accroissements finis. **On utilisera régulièrement l'IAF pour l'étude de suites récurrentes au voisinage d'un point fixe.**
4. Théorème du prolongement de la dérivée (appelé prolongement  $\mathcal{C}^1$  dans le cours) pour montrer qu'une fonction est de classe  $\mathcal{C}^1$
5. **Polynômes** : notion de degré, unicité des coefficients.
6. Division euclidienne de polynômes. Un polynôme  $P$  est divisible par  $x - a$  si et seulement si  $a$  est racine de  $P$ . Un polynôme qui a une infinité de racines est nul (et variantes).
7. Notion de multiplicité des racines : par la divisibilité par  $(x - a)^m$  **seulement** pour cette semaine, on n'a pas parlé de la caractérisation par les dérivées du polynôme!
8. Factorisation d'un polynôme : tous les polynômes se factorisent en polynômes de la forme  $x - a$  et polynômes du second degré de discriminant négatif. Méthodes avec des racines évidentes, discriminant pour le degré 2, cas des polynômes bicarrés.

### Questions de cours :

1. Division euclidienne d'un polynôme par un autre (savoir appliquer l'algorithme sur des polynômes de degré raisonnable)
2. Théorème de division euclidienne et démonstration pour **l'unicité**.
3. Démonstration :  $P$  est divisible par  $x - a$  ssi  $P(a) = 0$
4. En utilisant la propriété précédente : si  $P$  a  $n$  racines distinctes  $a_1, \dots, a_n$ , alors  $P$  est divisible par  $(x - a_1) \dots (x - a_n)$   
*La variante avec la multiplicité des racines est admise.*
5. Trouver le reste (seulement) dans la division de  $P$  par  $(x - a)(x - b)$  ou par  $(x - a)^2$  (exercice du TD)  
*On pourra poser la question dans le cas général (exprimer le résultat en fonction de  $P(a), P(b), P'(a)$ ) ou sur un cas particulier. Exemple : quel est le reste de la division de  $x^n - 2x^{n-1} + 5$  par  $(x - 1)(x - 2)$  ?*