

XV. SEMAINE 15 : 26 - 30 JANVIER

Contenus :

1. Notion d'espace vectoriel. On a vu la définition avec tous les axiomes. Bien savoir ce que veut dire associativité, commutativité, neutre, etc. En revanche, on ne vérifiera pas qu'un ensemble donné est un e.v. avec la définition.
2. Espaces vectoriels de référence : $\mathbb{R}^n, \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R}), \mathbb{R}[x], \mathcal{F}(A, \mathbb{R})$ avec $A \subset \mathbb{R}, \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ (cas particulier $A = \mathbb{N}$). Bien savoir ce que $+, \cdot$ et 0 veulent dire dans ces ensembles.
3. Propriétés de calcul dans un e.v.
4. Notion de sous-espace vectoriel. On a vu de nombreux exemples (et non-exemples). Intersection, somme, somme directe de sous-espaces vectoriels de E .
5. Notion de famille génératrice d'un ensemble. Notation $F = Vect(x_1, \dots, x_n)$. Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel en l'écrivant sous cette forme.
6. Familles libres, familles liées. Cas particuliers pour 1 ou 2 vecteurs, familles contenant 0. Bases.
7. On a cité les bases canoniques de $\mathbb{R}^n, \mathbb{R}_n[x], \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$. **Aucune théorie de la dimension à ce stade.** Exemple d'espace qui n'admet pas de base.

Questions de cours :

1. Montrer que $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - 4y = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$ (ou équivalent)
2. Montrer que si F, G sont des sous-espaces vectoriels de E , $F \cap G$ est un sous-espace vectoriel de E . Contre-exemple pour $F \cup G$.
3. Définition de $F + G$. Montrer que si F, G sev de E , alors $F + G$ également.
4. Montrer que $Vect(x_1, \dots, x_n) \subset Vect(x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$ et égalité si $x_{n+1} \in Vect(x_1, \dots, x_n)$
5. Définition de famille libre. Donner un exemple et un non-exemple.
6. Montrer qu'une famille de 2 ou 3 vecteurs de $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$ est libre ou génératrice (méthode avec un système).