

XVII. SEMAINE 17 : 9-13 FÉVRIER**Contenus :**

1. Suites négligeables devant d'autres, suites équivalentes. Symboles $o, \sim$ et propriétés de calcul (somme, produit, quotient, puissances, transitivité, etc.)
2. Rappels $\ln^a(n) = o(n^b)$ si $b > 0$, $n^a = o(q^n)$ si $q > 1$, $q^n = o(n!)$ et de même pour les fonctions.
3. Termes prépondérants dans des expressions polynômiales, en $\pm\infty$ et en 0
4. Équivalents à connaître en 0 : $\ln(1+x) \sim x$, $\sin(x) \sim x$, $e^x - 1 \sim x$, $1 - \cos(x) \sim \frac{1}{2}x^2$, $\tan(x) \sim x$, $\arctan(x) \sim x$, $(1+x)^\alpha - 1 \sim \alpha x$
5. Composition des équivalents à droite mais pas à gauche
6. On a fait un certain nombre d'exercices de calcul avec nos équivalents à 0. Savoir que pour chercher un équivalent en $a \neq 0$, on peut se ramener à 0 en posant $x = a + h$ où $h \rightarrow 0$

Questions de cours :

1. Soit (u_n) une suite telle que $\left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| \rightarrow \ell$. Montrer que si $0 \leq \ell < 1$, alors $u_n \rightarrow 0$. Application à $\frac{q^n}{n!} \rightarrow 0$
2. Montrer une des propriétés de calcul, de type : si $u_n = o(w_n)$ et $v_n = o(w_n)$ alors $u_n + v_n = o(w_n)$
3. Montrer que deux suites équivalentes ont le même signe à partir d'un certain rang.
4. Montrer : $1 - \cos(x) \sim \frac{1}{2}x^2$ (formules de trigo!)

Pas énormément de démonstrations de cours, mais on pratiquera le calcul sur des exemples (cf. exercices 2 et 3 du TD)