

XVIII. SEMAINE 18 : 16-20 FÉVRIER

Contenus :

1. On continue avec la manipulation de symboles $o, \sim$. Voir programme de la semaine dernière : il faut connaître les équivalents classiques et les propriétés de calcul.
2. Sur les séries : définition de séries convergentes ou divergentes. Exemple de la série de terme général $\frac{1}{2^n}$ et $\frac{1}{n}$. Notion de divergence grossière.
3. Cas des séries à termes positifs : si $u_n \leq v_n$, $u_n = o(v_n)$, $u_n \sim v_n$ avec $\sum u_n$ divergente ou $\sum v_n$ convergente
4. On a passé peu de temps sur les séries, pas encore fait beaucoup d'exercice. On se concentrera sur des exemples de séries à termes positifs dont on cherche des équivalents/majorations/minorations simples du terme général.

Questions de cours :

1. Montrer une des propriétés de calcul, de type : si $u_n = o(w_n)$ et $v_n = o(w_n)$, alors $u_n + v_n = o(w_n)$
2. Montrer : $1 - \cos(x) \sim \frac{1}{2}x^2$ (formules de trigo!)
3. Définition de série grossièrement divergente. Montrer qu'une série grossièrement divergente est divergente.
4. Montrer que la série harmonique diverge (preuve du cours à l'aide d'une somme de Riemann)
5. Soient $(u_n), (v_n)$ des suites à termes positifs. Montrer que si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leq v_n$, alors si $\sum v_n$ converge, $\sum u_n$ converge et si $\sum u_n$ diverge, $\sum v_n$ diverge (prop. 6 et 7 du cours)

Bien mettre l'accent sur des exercices de calculs d'équivalents, de majorations/minorations simples, cf. exercices 2 & 3 du TD 17 et 18