

XXIV. SEMAINE 24 : 4-8 MAI

Contenus :

1. **Calcul** : bien connaître les dérivées des fonctions usuelles et savoir dériver des produits / quotients / composées de fonctions **rapidement et sans erreur**.
2. Fonctions de classe $\mathcal{C}^p, \mathcal{C}^\infty$. Dérivée p -ième d'une fonction. Exemples de $x \mapsto x^p, x \mapsto \sqrt{x}, x \mapsto \sin(x)$ en classe.
3. Formule de Leibniz
4. Formules de Taylor : Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange, théorème de Taylor Young.
5. Développements limités usuels : $\frac{1}{1+x}, \frac{1}{1-x}, \ln(1+x), \ln(1-x), e^x, \sin(x), \cos(x), (1+x)^\alpha$ en 0 et $\tan(x)$ à l'ordre 1. *On a vu en exercice le développement limité de \tan jusqu'à l'ordre 5*
6. Calcul de développements limités par somme et produit. *La composition de développements limités est hors programme, sauf par un polynôme type $\sin(x^2)$ ou $\ln(1+2x)$ et on a vu en exercice $\frac{1}{\cos(x)}$*
7. Application du développement limité à l'étude d'une courbe : prolongement par continuité, équation de la tangente au point de prolongement, position d'une courbe par rapport à sa tangente localement.

Questions de cours :

1. Démonstration de la formule de Taylor avec reste intégral par récurrence avec une intégration par parties.
2. Démonstration de la convergence de la série exponentielle avec pour tout $x \in \mathbb{R} : \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$
3. Énoncé de la formule de Taylor-Young et application au développement limité de la fonction exponentielle en 0
4. **N'importe quel** petit exercice de recherche de développement limité par calcul avec les formules du cours (ex. 5 et 6 du TD).
Exemples : donner un développement limité à l'ordre 3 de $e^x \sqrt{1+x}$ en 0 ou de $\frac{1}{x^2}$ en 1, etc.