Objectif 1 : savoir déterminer le domaine de définition d'une fonction

Exercice 1 Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x^{-4}$

2. $g(x) = \dfrac{\sqrt{2x+1}}{x^3+x^2+x}$

3. $h(x) = e^x \ln(2x+3)$

4. $i(x) = \dfrac{\ln(x^3+1)}{4-x^2}$

5. $j(x) = \dfrac{1}{2x - \sqrt{x^2+x-2}}$

6. $k(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{3x^2+5x+2}$

7. $l(x) = \dfrac{\sqrt{x(x+1)}}{x^2-1}$

Objectif 2 : savoir étudier la parité d'une fonction

Exercice 2 Après avoir déterminé le domaine de définition, étudier la parité, puis le signe, des fonctions suivantes : **1.** $f(x) = \dfrac{x^2}{1+x^2}$ **2.** $g(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ **2.** $h(x) = \dfrac{x}{|x|+1}$

Objectif 3 : savoir déterminer la fonction dérivée d'une fonction

Exercice 3 Après avoir déterminé l'ensemble de définition puis justifié la dérivabilité des fonctions suivantes, calculer leurs dérivées.

1. $f(x) = 1 + \ln(1+x)$

2. $g(x) = \dfrac{1+x}{1+e^x} - x$

3. $h(x) = \ln\left(2x - \dfrac{3}{x}\right)$

4. $i(x) = \dfrac{e^{2x}}{x^2-1}$

Objectif 4 : savoir étudier les variations d'une fonction

Exercice 4 Pour $x \in [-2, 3[$, on définit la fonction f par $f(x) = x^3 - 3x + 1$

1. Dresser le tableau de variations de f, et tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$

2. f admet-elle un maximum ? Si oui, précisez sa valeur, et le ou les valeurs en le(s)quels il est atteint.

3. f admet-elle un minimum ? Si oui, précisez sa valeur, et le ou les valeurs en le(s)quels il est atteint.

Exercice 5 Déterminer le domaine de définition $\mathscr{D}_f$ de la fonction f, et étudier f (parité, variations, signe) avec : **1.** $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ **2.** $f(x) = x\sqrt{x}$

Exercice 6 Soit f la fonction définie par : $f(x) = e^{\sqrt{1-x^2}}$

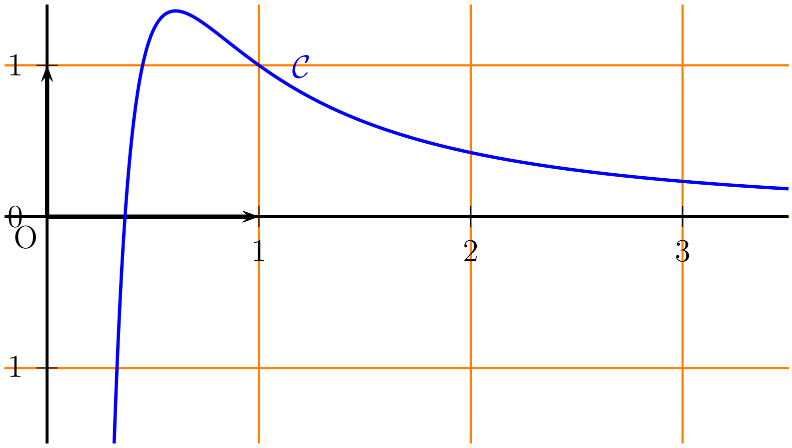
1. Déterminer $\mathscr{D}_f$ le domaine de définition de f. f est-elle paire ou impaire sur $\mathscr{D}_f$?

2. Justifier que f est dérivable sur $]-1,1[$, et déterminer $f'(x)$ pour $x \in]-1,1[$

3. Etudier les variations de f. f admet-elle un minimum ? Un maximum ? Si oui, lesquels ?

4. Tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$

Exercice 7 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1+\ln(x)}{x^2}$ et soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan.
La courbe $\mathcal{C}$ est donnée ci-dessous.



1. Étudier le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
2. Étudier les variations de f sur $]0;+\infty[$ et déterminer la valeur exacte du minimum de f sur $]0;+\infty[$.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 puis la tracer sur le graphique.

Objectif 5 : savoir étudier une fonction puissance

Exercice 8 Les questions suivantes sont indépendantes

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$
2. Après avoir déterminé l'ensemble de définition puis justifié la dérivabilité des fonctions suivantes, calculer leurs dérivées : **a.** $f(x) = x^\pi$ **b.** $g(x) = x^{\frac{1}{x}}$

Exercice 9 Pour $m \in \mathbb{R}$, on considère la fonction f_m définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par : $f_m(x) = x^m \ln(x)$

On note $\mathscr{C}_m$ la représentation graphique de f_m dans un repère orthonormé.

1. Soit $m \in \mathbb{R}$. Justifier que f_m est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et dériver f_m
2. Montrer que toutes les courbes $\mathscr{C}_m$ admettent la même tangente au point d'abscisse 1

Exercice 10 Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^{\ln(x)}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Déterminer le domaine de définition $\mathscr{D}_f$ de f
2. Justifier que f est dérivable sur $\mathscr{D}_f$, et déterminer $f'(x)$ pour $x \in \mathscr{D}_f$
3. Étudier les variations de f
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
5. Tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}_f$