ECG 1 - Mathématiques **Exercices - Calcul algébrique** Septembre 2023

Exercice 1 Lorsque c'est possible, simplifier les fractions suivantes :

$$A = \frac{7}{8} \times \frac{2}{3}\,; \qquad B = \frac{2+3}{3}\,; \qquad C = \frac{3}{3+5}\,; \qquad D = \frac{2\times 3\times 4\times 5}{4\times 5\times 6\times 8}\,; \qquad E = \frac{4\times 3 + 3\times 3}{3\times 6}\,;$$

$$F = \frac{4}{\frac{7}{8}}\,; \qquad G = \frac{\frac{4}{7}}{8}\,; \qquad H = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}}\,; \qquad I = \frac{1}{\frac{1}{4}}\,; \qquad J = \frac{2}{9} - \frac{1}{15} + \frac{5}{6}\,;$$

$$K = \frac{1}{6} + \frac{6}{8} + \frac{5}{9}; \quad L = \frac{\frac{4}{25} - \frac{6}{35}}{\frac{3}{10} + \frac{1}{15}}\,; \qquad M = \frac{\frac{26}{18} \times \frac{-45}{7}}{\frac{39}{14}}\,; \qquad N = \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right) \times \left(\frac{9}{4} + \frac{21}{6}\right).$$

Exercice 2 Soit a et b deux réels non nuls. Ecrire sous la forme d'une seule fraction :

1. $\dfrac{b}{a} + \dfrac{a}{b}$ **2.** $\dfrac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$, avec $a \neq b$ **3.** $1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{a}}$ avec $a \neq -1$.

Exercice 3 Simplifier l'expression $f(x)$ suivante (on suppose qu'elle est bien définie).

1. $f(x) = \dfrac{2x+6}{2(x+7)}$ **2.** $f(x) = \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x+5}$ **3.** $f(x) = \dfrac{1}{2x-1} - \dfrac{1}{x-3}$

4. $f(x) = \dfrac{x+1}{x+1+\frac{1}{x+1}}$ **5.** $f(x) = \dfrac{1}{x-1} \times \dfrac{1}{2 + \frac{1}{x-1}}$ **6.** $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)(x-1)} - \dfrac{3}{x+1}$

Exercice 4 Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{(-18)^7 \times 2^4 \times (-50)^3}{(-25)^4 \times (-4)^5 \times (-27)^2}\,; \qquad B = \frac{1-(-2)^2}{1-(-2)^3}\,; \qquad C = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3}{1 - \frac{1}{2}}\,; \qquad D = \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3}$$

Exercice 5 Les questions suivantes sont indépendantes. n désigne un entier naturel

1. Dans chaque expression suivante, faire apparaitre une seule puissance d'exposant n.

$a_n = 4(-3)^n + (-3)^{n+2}\,;$ $\quad b_n = 2^{n+1} - 2^n\,;$ $\quad c_n = \dfrac{(-3)^{n+2}}{5^{2n+1}}\,;$ $\quad d_n = 3(-2)^{n+1} - 5(-2)^{n-1} + (-2)^n.$

2. Mettre en facteur 3^{-n} dans l'expression e_n suivante, et simplifier : $e_n = 2 \times 3^{-4n} - 3^{-n} + 3^{-(n+1)}$

3. Soit a un réel non nul. Etablir l'égalité suivante : $\dfrac{(-1)^n}{n} \times \left(\dfrac{1}{a} - 1\right)^n = \dfrac{(a-1)^n}{na^n}$

Exercices - Inégalités

Exercice 6

1. On suppose que $x \leqslant 11$. A-t-on $x < 19$?

2. On suppose que $x \leqslant 54$. A-t-on $x < 51$?

3. On suppose que $x < 2$. A-t-on $x \leqslant 1$?

4. On suppose que $x \geqslant 3$. A-t-on $x > 3$?

5. On suppose que $x < 2$. A-t-on $x \leqslant 2$?