Corrigé - sujet 1

1 point par question

Les réponses doivent être justifiées, en faisant référence au cours si c'est un résultat connu.

1. Que vaut $\sqrt{25+144}$?
   $\sqrt{25+144} = \sqrt{169} = 13$

2. Pour p et k deux entiers, que vaut $\binom{p}{k}$? cf. cours : $\binom{p}{k} = \dfrac{p!}{k!(p-k)!}$

3. Quelle est la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = e^{-3x+5}$?
   $(e^u)' = u'e^u$ donc $f'(x) = -3e^{-3x+5}$

4. Soit P un polynôme admettant 7 pour racine, comment peut-on écrire P ?
   $P(x) = (x-7)Q(x)$ où Q est un polynôme (et son degré vaut celui de P moins 1)

5. Soit P un polynôme défini par $P(x) = (6x^2-9)^3$. Quel est le degré de P ?
   $\deg P = 3 \times 2 = 6$

6. Que vaut $(a+b)^n$ $(a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{R})$?
   D'après la formule du binôme de Newton : $(a+b)^n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

7. On dispose de deux urnes : dans l'urne A, il y 5 boules vertes et 5 boules rouges ; dans l'urne B, il y a 15 boules vertes et 5 boules rouges.
   On tire une urne au hasard, puis dans cette urne, on tire au hasard une boule. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?

   Il y a deux façons de tirer une boule verte, soit en passant par l'urne A, soit en passant par l'urne B
   Autrement dit, d'après la propriété du cours et avec des notations évidentes (A pour l'urne A, B pour l'urne B et V pour une boule verte) :
   $P(V) = P(A \cap V) + P(\overline{A} \cap V) = P(A \cap V) + P(B \cap V)$ car $B = \overline{A}$
   donc $P(V) = P(A)P_A(V) + P(B)P_B(V)$ par définition des probabilités conditionnelles
   or $P(A) = P(B) = \dfrac{1}{2}$ (car l'urne est choisie au hasard) et $P_A(V) = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$ et enfin $P_B(V) = \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4}$
   donc $P(V) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{8} = \dfrac{5}{8}$

8. Avec la même expérience, qu'à la question précédente, sachant que l'on a tirée une boule verte, quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne A ?

   On cherche $P_V(A)$, il s'agit ici « d'inverser le temps », on utilise donc la formule de Bayes :
   $P_V(A) = \dfrac{P(A)P_A(V)}{P(V)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{8}{5} = \dfrac{2}{5}$

9. Soit A et B deux événements, donner la définition de l'indépendance entre A et B
   Cf. cours : on dit que A et B sont indépendants, si $P_B(A) = P(A)$ ou $P_A(B) = P(B)$

10. Avec Python, compléter le programme suivant, afin de définir une fonction qui prend en entrée une liste et renvoie le minimum de la liste.

    cf. T.P. concerné

```python
def minimum(L):
  min=L[0]
  for i in range(1,len(L)):
  if L[i]<min:
    min=L[i]
  return min
```

Corrigé - sujet 2

1 point par question

Les réponses doivent être justifiées, en faisant référence au cours si c'est un résultat connu.

1. Que vaut $\sqrt{81+144}$?
   $\sqrt{81+144} = \sqrt{225} = 15$

2. Pour m et i deux entiers, que vaut $\binom{m}{i}$? cf. cours : $\binom{m}{i} = \dfrac{m!}{i!(m-i)!}$

3. Quelle est la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = e^{3x-5}$?
   $(e^u)' = u'e^u$ donc $f'(x) = 3e^{3x-5}$

4. Soit P un polynôme admettant -2 pour racine, comment peut-on écrire P ?
   $P(x) = (x+2)Q(x)$ où Q est un polynôme (et son degré vaut celui de P moins 1)

5. Soit P un polynôme défini par $P(x) = (2x^2+11)^4$. Quel est le degré de P ?
   $\deg P = 4 \times 2 = 8$

6. Que vaut $(a+b)^n$ $(a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{R})$?
   D'après la formule du binôme de Newton : $(a+b)^n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

7. On dispose de deux urnes : dans l'urne A, il y 5 boules vertes et 5 boules rouges ; dans l'urne B, il y a 15 boules vertes et 5 boules rouges.
   On tire une urne au hasard, puis dans cette urne, on tire au hasard une boule. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?
   Il y a deux façons de tirer une boule rouge, soit en passant par l'urne A, soit en passant par l'urne B
   Autrement dit, d'après la propriété du cours et avec des notations évidentes (A pour l'urne A, B pour l'urne B et R pour une boule rouge) :
   $P(R) = P(A \cap R) + P(\overline{A} \cap R) = P(A \cap R) + P(B \cap R)$ car $B = \overline{A}$
   donc $P(R) = P(A)P_A(R) + P(B)P_B(R)$ par définition des probabilités conditionnelles
   or $P(A) = P(B) = \dfrac{1}{2}$ (car l'urne est choisie au hasard) et $P_A(R) = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$ et enfin $P_B(R) = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$
   donc $P(V) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{3}{8}$

8. Avec la même expérience, qu'à la question précédente, sachant que l'on a tirée une boule rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de l'urne A ?
   On cherche $P_R(A)$, il s'agit ici « d'inverser le temps », on utilise donc la formule de Bayes :
   $P_R(A) = \dfrac{P(A)P_A(R)}{P(R)} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{8}{3} = \dfrac{2}{3}$

9. Soit A et B deux événements, donner la définition de l'indépendance entre A et B
   Cf. cours : on dit que A et B sont indépendants, si $P_B(A) = P(A)$ ou $P_A(B) = P(B)$

10. Avec Python, compléter le programme suivant, afin de définir une fonction qui prend en entrée une liste et renvoie le minimum de la liste.
    cf. T.P. concerné

```
def minimum(L):
  min=L[0]
  for i in range(1,len(L)):
  if L[i]<min:
    min=L[i]
  return min
```