

On commence les limites de suites

On prévoiera pour chacun un calcul « simple » de limite (à l'aide des limites de référence et des opérations).

Pour l'instant, nous avons abordé :

- définition de la convergence, de la divergence et de la divergence vers $+$ ou $-\infty$;
- limites de référence : $q^n, n^a, (\ln n)^b, e^{an}$ (et leurs inverses) ;
- opérations sur les limites.

C'est limité pour l'instant (cf. exercice 1 de la feuille de TD), mais c'est l'occasion de reparler des notions sur les suites, par exemple les suites arithmético-géométriques, les suites récurrentes. Nous n'avons pas encore vu tout le reste (limites et inégalités, croissances comparées...).

Applications

- définition d'une application.
- image directe : définition et utilisation.
- composée de fonctions : définition. Calcul de composée. Comparaison $f \circ g$ et $g \circ f$ (pas égales en général).
- injection, surjection, bijection : définitions formelles et en français avec les antécédents (« au plus un antécédent » ou « pas deux fois la même image », « au moins un antécédent » ou « tout le monde est atteint » ...).
- montrer qu'une application est injective : si $f(x) = f(x') \dots$ alors $x = x'$.
- montrer qu'une application est surjective, bijective : entre autres en inversant la formule $y = f(x)$ en $x = f^{-1}(y)$ et de fait déterminer la réciproque d'une fonction bijective.
- $f \circ g = \text{id}$ et $g \circ f = \text{id} \Rightarrow f$ est bijective et $f^{-1} = g$

Et pour un un menu complet, on peut toujours agrémenter avec un peu de probabilités.

Probabilités

L'objectif est toujours de gagner en précision sur les justifications (recours à telle formule dans telle situation...). On en profite bien sûr pour travailler des situations de dénombrement.

- utiliser un arbre pondéré pour représenter une situation et calculer des probabilités ;
- définition des différents types d'événements, d'un système complet d'événements, d'une probabilité ;
- notamment si A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ et extension à une famille de n événements ;
- propriétés de base : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \dots$
- définition de l'équiprobabilité et conséquences :

$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} \text{ et } P(\{\omega\}) = \frac{1}{\text{card}(\Omega)} \text{ (}\{\omega\} \text{ événement élémentaire) ;}$$

- probabilité conditionnelle ;
- formule des probabilités totales (versions classique et conditionnelle) :

$$\text{avec } (A_i)_{1 \leq i \leq m} \text{ un système complet d'événements, } P(B) = \sum_{i=1}^m P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^m P(A_i)P_{A_i}(B)$$

- formule des probabilités composées ;
- formule de Bayes ;
- indépendance : définition et caractérisation avec $P(A \cap B)$;
- indépendance mutuelle.