

Groupe 1 - écriture matricielle d'un système linéaire

On s'intéresse au système suivant :

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 2 \\ 4x + y + 2z + 3t = 6 \\ 3x + 4y + z + 2t = -2 \\ 2x + 3y + 4z + t = -6 \end{cases}$$

1. Définir trois matrices A, X et Y telles que $(S) \Leftrightarrow AX = Y$
2. Calculer AX_0 avec A trouvée précédemment et $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Groupe 2 - « inverser » un système

On s'intéresse au système suivant :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$$

1. Résoudre le système (S) ;
2. On pose $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$
Montrer que A est inversible et calculer A^{-1}
3. Calculer $A^{-1}B$ où $B = \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix}$

Groupe 1 - écriture matricielle d'un système linéaire

On s'intéresse au système suivant :

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 2 \\ 4x + y + 2z + 3t = 6 \\ 3x + 4y + z + 2t = -2 \\ 2x + 3y + 4z + t = -6 \end{cases}$$

1. Définir trois matrices A, X et Y telles que $(S) \Leftrightarrow AX = Y$
2. Calculer AX_0 avec A trouvée précédemment et $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Groupe 2 - « inverser » un système

On s'intéresse au système suivant :

$$(S) : \begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$$

1. Résoudre le système (S) ;
2. On pose $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$
Montrer que A est inversible et calculer A^{-1}
3. Calculer $A^{-1}B$ où $B = \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \end{pmatrix}$

Groupe 3 - système triangulaire et pivot de Gauss

$$\text{Résoudre le système : } (S) : \begin{cases} x + 2y - 3z + 5t = 3 \\ 4y + 7z - t = 0 \\ 5z + 3t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

On s'intéresse maintenant au système :

$$(S') : \begin{cases} x - 3y + 2z = 3 \\ 2x - 5y + 3z = 4 \\ -x + 2y + 3z = -1 \end{cases}$$

Proposer une méthode permettant de se ramener à un système triangulaire (i.e. comme le précédent).

Groupe 4 - système homogène

L'objectif ici est de montrer les différentes « formes possibles » de l'ensemble des solutions dans le cas d'un système homogène (système homogène : que des 0 à droite).

$$(S_1) : \begin{cases} x + 3y = 0 \\ -x - y = 0 \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ -10x + 6y = 0 \end{cases}$$

1. Trouver une solution évidente aux deux systèmes.
2. Résoudre le système (S_1)
3. Trouver deux solutions particulières non nulles ($\neq (0,0)$) du système (S_2)
4. Résoudre le système (S_2)

Groupe 3 - système triangulaire et pivot de Gauss

$$\text{Résoudre le système : } (S) : \begin{cases} x + 2y - 3z + 5t = 3 \\ 4y + 7z - t = 0 \\ 5z + 3t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$$

On s'intéresse maintenant au système :

$$(S') : \begin{cases} x - 3y + 2z = 3 \\ 2x - 5y + 3z = 4 \\ -x + 2y + 3z = -1 \end{cases}$$

Proposer une méthode permettant de se ramener à un système triangulaire (i.e. comme le précédent).

Groupe 4 - système homogène

L'objectif ici est de montrer les différentes « formes possibles » de l'ensemble des solutions dans le cas d'un système homogène (système homogène : que des 0 à droite).

$$(S_1) : \begin{cases} x + 3y = 0 \\ -x - y = 0 \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ -10x + 6y = 0 \end{cases}$$

1. Trouver une solution évidente aux deux systèmes.
2. Résoudre le système (S_1)
3. Trouver deux solutions particulières non nulles ($\neq (0,0)$) du système (S_2)
4. Résoudre le système (S_2)