ECG 1 - mathématiques appliquées Pour le 16 septembre 2024

Devoir en temps libre n°1

Devoir à faire en binôme.
Visez la qualité, plus que la quantité.

Exercice 1 - calcul

1. Simplifier les expressions suivantes :

a. $A = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{8}}$

b. $B = (\sqrt{13} - \sqrt{11})(\sqrt{11} + \sqrt{13})$

c. $C = \dfrac{7^{11} \times 27 \times 25}{49 \times 3^5 \times 35}$

d. $D = \dfrac{3\sqrt{72}}{2\sqrt{162}}$

e. $E = \dfrac{x^{n+1}}{x^{2n+2}}$

f. $F = \dfrac{1}{5 - 3\sqrt{2}} + \dfrac{3 - 3\sqrt{2}}{7}$

g. $G = \dfrac{2}{3} - \dfrac{7}{12} + \dfrac{5}{9} - \dfrac{1}{6}$

h. $H = \dfrac{1}{a^{-n+1}}$

2. Écrire $A = 4\sqrt{72} - 8\sqrt{128} - 4\sqrt{8}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers.

3. Soit a, b deux réels, développer entièrement : $(a+b)^3$

Exercice 2 - Equations

Pour les points **1.**, **2.**, **3.** et **4.**, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

1. **a.** $(8x-9)(-4x+3) = 0$ **b.** $(4x-9)(3x+6) = 0$

2. **a.** $x^2 - 64 = 0$ **b.** $x^2 - 36 = 0$

3. **a.** $-4x^2 + 4x + 24 = 0$ **c.** $-3x^2 + 12x + 15 = 0$
b. $-4x^2 + 8x - 5 = 0$ **d.** $-2x^2 + 2x + 4 = 0$

4. **a.** $\dfrac{1}{x-1} = \dfrac{3}{x+3}$ **b.** $\dfrac{x+4}{x+1} - \dfrac{x+1}{x-1} = -1$

Exercice 3 - suites

Pour chacune des suites données, calculer le terme demandé.

1. Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 4n + 1$
Calculer u_{12}

2. Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{n+3}{2n+5}$
Calculer u_4

3. Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par
$u_n = -2n^2 - 5n - 7$ Calculer u_1

4. Soit (u_n) une suite définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 2n + 5$
Calculer u_2

Exercice 4 - Inéquations

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes (x est un nombre réel) :

a. $x^2 - 5x - 4 \leqslant 2$ **b.** $\dfrac{2x-3}{x^2-4} < 1$

2. Démontrer les inégalités suivantes, valables pour tout nombre réel x :

a. $\dfrac{1}{1+x^4} \leqslant 1$ **b.** $1 - \dfrac{1}{1+x^4} \leqslant x^4$

Exercice 5 - étude de fonction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

1. Calculer $f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2)$ et $f(3)$

2. Pour tout réel x, calculer $f'(x)$, où f' est la fonction dérivée de f

3. Etablir le tableau de variations de la fonction f

4. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f, au point d'abscisse 0. Quelle est la particularité des tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisses -1 et 2 ?

5. A l'aide des éléments précédents, représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[-2; 3]$