

Devoir à faire en binôme, obligatoirement, vous rendrez une copie pour deux.

Objectif qualité !

Exercice 1

1. Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{2n} + e^{-n} + n}{n^3 - \ln(n) + n^{-1}}$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n - 5^n}{4^n + 5^n}$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^4 + 1} - n^2$

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n) + 5}{(\ln(n))^2 + 3n + 1}$

2. Pour une de ces quatre limites, écrire un programme avec Python qui permet d'émettre une conjecture sur la limite.

Exercice 2

1. Soit P le polynôme défini par $P(x) = x^3 - x^2 + 2$

a. Montrer qu'il existe un polynôme Q tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (x + 1)Q(x)$

b. Déterminer le polynôme Q . En déduire le signe de P sur \mathbb{R}

2. Soit la suite u définie par $u_0 \geq 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n^2 + \frac{2}{u_n}$

a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n existe et $u_n \geq 1$

b. Montrer que la suite u est croissante.

c. Montrer que la suite u n'est pas majorée et en déduire sa limite.

3. Avec Python, et en prenant $u_0 = 2$:

a. créer une liste qui contient les 100 premiers termes de la liste, puis les représenter graphiquement ;

b. déterminer le rang pour lequel u_n dépasse 1 000 pour la première fois.