Eléments de corrigé

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite définie par $u_n = \dfrac{3+n}{n^2+4} - \dfrac{2n-3}{11}$. Que vaut u_3 ?

   $u_3 = \dfrac{6}{13} - \dfrac{3}{11} = \dfrac{6\times 11}{13\times 11} - \dfrac{3\times 13}{13\times 11} = \dfrac{66-39}{13\times 11} = \dfrac{27}{143}$

2. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite définie par $u_0 = -5$, puis pour $n \geqslant 0$ par $u_{n+1} = \sqrt{\exp(u_n)}$. Alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie de manière

   ☐ explicite ☒ récursive ☐ implicite ☐ explicito-récursive

3. Quelle formule traduit le fait que la population d'un village augmente de 115 habitants tous les ans ?

   ☐ $u_0 = 115$ ☐ $u_{115} = 0$ ☒ $u_{n+1} = u_n + 115$ ☐ $u_{n+1} = 115u_n$

4. Quelle formule traduit le fait que la population d'un pays augmente de 4% tous les ans ?

   ☒ $u_{n+1} = 1,04u_n$ ☐ $u_{n+1} = u_n + 0,04u_0$ ☐ $u_{n+1} = 0,04u_n$ ☐ $u_0 = 0,04$

   Une augmentation de t % revient à une multiplication par $1,04$: $v_f = v_i + 0,04v_i = 1,04v_i$

5. Quelle peut être la nature de la suite dont les premiers termes sont : $2, 4, 8, 12, 16$?

   ☐ arithmétique ☐ géométrique
   ☒ ni arithmétique, ni géométrique ☐ arithmétique et géométrique

   Il suffit de 3 termes (soit 2 « sauts ») pour contredire la nature arithmétique ou géométrique : ici $4 = u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0 = 2$ donc la suite ne peut pas être arithmétique et de même $u_2 = 2u_1$ et $u_3 = 1,5u_2$ donc la suite ne peut pas être géométrique.

6. On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la formule $u_n = 3n - 5$. Que vaut u_{11} ?

   $u_{11} = 3\times 11 - 5 = 28$

7. Si $u_{n+1} = 1,5u_n$ et $u_0 = 16$ que vaut u_3 ?

   $u_3 = 1,5\times u_2 = 1,5\times 1,5\times u_1 = 1,5\times 1,5\times 1,5\times u_0 = (1,5)^3u_0 = 54$

8. On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la formule $u_n = n^2 + 1$. Que vaut u_{11} ?

   $u_{11} = 11^2 + 1 = 122$

9. Une espèce vétégale se reproduit très rapidement, de sorte chaque année un individu donne naissance à 10 individus puis meurt .
   Il y a deux individus au départ (année 0).
   Au bout de combien d'années dépassera-t-on le milliard d'individus ?

   C'est une progression géométrique, on peut appeler cette suite (u_n) et on obtient $u_1 = 10\times u_0 = 20$, $u_2 = 2\times 10^2 \dots u_n = 2\times 10^n$.
   donc le milliard sera dépassé au bout de 9 ans : $u_9 = 2\times 10^9 = 2\,000\,000\,000$ et $u_8 = 200\,000\,000$

10. La veille du confinement, un service de réanimation a accueilli un patient atteint du coronavirus (on pourra considérer $u_0 = 1$).
    Pendant les 10 premiers jours du confinement, le nombre de patients nouvellement accueillis chaque jour dans le service et atteints du coronavirus double (par rapport au nombre de patients accueillis la veille). Au dixième jour, combien de patients atteints du coronavirus seront nouvellement accueillis dans le service ?

    A nouveau une progression géométrique, cette fois $u_n = 2^n \times 1 = 2^n$ donc $u_{10} = 2^{10} = 1\,024$.