Limites de fonctions et étude globale

On en profitera pour réinvestir les précédentes notions sur les fonctions.
On cherchera en particulier à travailler la représentation graphique.

- limites finies ou infinies en un point ou en $+/-\infty$, limites à droite et à gauche et équivalence (limite si et seulement si les limites à droites et à gauche existent et sont les mêmes) ;
- limites de référence : $x^n, x^\alpha, e^x, \ln(x)$;
- opérations sur les limites (finies ou infinies) ;
- croissances comparées : $(\ln x)^b << x^\alpha << e^{ax}$;
- limites de composée de fonctions, et de la composition d'une fonction par une suite ;
- théorèmes d'encadrement (gendarmes) finis ou infinis, passage à la limite dans les inégalités ;
- théorème de la limite monotone ;
- techniques officielles pour les démonstrations : factorisation pour les croissances comparées, multiplication par le conjugué (pour la différence de racines), factorisation dans le cas de polynômes...
- définition de la continuité en un point, sur un intervalle ;
- équivalence avec continuité à droite et à gauche ;
- continuité des fonctions usuelles, opérations sur les fonctions continues et composition de fonctions continues ;
- composition d'une suite et d'une fonction continue ;
- théorèmes des valeurs intermédiaires (version classique ou l'image d'un intervalle est un intervalle) ;
- théorème de la bijection.

Nous n'avons pas encore beaucoup pratiqué les théorèmes des valeurs intermédiaires et de la bijection.
Le prolongement par continuité n'est pas au programme.

Matrices

- définition d'une matrice et des opérations : addition, multiplication par un nombre réel, produit de matrices (avec contraintes sur les tailles) ;
- propriétés des opérations (en particulier non commutativité du produit) ;
- utiliser, dans certains cas déterminer, l'inversibilité et l'inverse d'une matrice (à l'aide de relations liant des puissances de la matrice et l'identité par exemple) ;
- démontrer, par l'absurde, la non inversibilité d'une matrice (à l'aide d'une relation impliquant A ou d'une hypothèse) ;
- inversibilité d'une matrice $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$;
- propriétés des matrices diagonales ;
- matrices triangulaires : définitions et propriétés (stabilité par les opérations usuelles) ;
- exercices-type : calcul de A^n par récurrence, par exemple en conjecturant une formule ou démontrer une formule donnée, autre exemple : le cas où $A = PDP^{-1}$ avec D une matrice diagonale (on peut combiner avec une étude de suites « croisées ») ;
- matrice transposée et matrice symétrique, propriétés de la transposée.

Précision : nous avons rencontré quelques systèmes mais nous n'avons pas abordé spécifiquement les systèmes linéaires et les différentes méthodes de résolution (pour l'inversion de matrice par exemple).