Séries numériques réelles

- définition d'une série comme la suite des sommes partielles ;
- définition de la convergence (convergence de la suite des sommes partielles) ;
- combinaisons linéaires de séries convergentes ;
- condition nécessaire de convergence d'une série et divergence grossière ;
- séries télescopiques ;
- séries à termes positifs : théorèmes de la limite monotone et comparaison $\sum_n u_n$ converge dans le cas où $\forall n, 0 \leqslant u_n \leqslant v_n$ et $\sum_n v_n$ converge (et cas $\sum_n u_n$ diverge) ;
- convergence absolue : définition et propriété (la convergence absolue implique convergence) ;
- séries de référence : les séries géométriques $\sum_n q^n$, $\sum_n nq^{n-1}$, $\sum_n n(n-1)q^{n-2}$ et la série exponentielle $\sum_n \frac{x^n}{n!}$

Les séries de Riemann on été évoquées mais elles sont hors programme. Si on les aborde, on rappellera les résultats nécessaires.

Limites de fonctions et étude globale

On cherchera en particulier à travailler la représentation graphique.

- limites finies ou infinies en un point ou en $+/-\infty$, limites à droite et à gauche et équivalence (limite si et seulement si les limites à droites et à gauche existent et sont les mêmes) ;
- limites de référence : $x^n, x^\alpha, e^x, \ln(x)$;
- opérations sur les limites (finies ou infinies) ;
- croissances comparées : $(\ln x)^b << x^\alpha << e^{ax}$;
- limites de composée de fonctions, et de la composition d'une fonction par une suite ;
- théorèmes d'encadrement (gendarmes) finis ou infinis, passage à la limite dans les inégalités ;
- théorème de la limite monotone ;
- techniques officielles pour les démonstrations : factorisation pour les croissances comparées, multiplication par le conjugué (pour la différence de racines), factorisation dans le cas de polynômes...
- définition de la continuité en un point, sur un intervalle ;
- équivalence avec continuité à droite et à gauche ;
- continuité des fonctions usuelles, opérations sur les fonctions continues et composition de fonctions continues ;
- composition d'une suite et d'une fonction continue ;
- théorèmes des valeurs intermédiaires (version classique ou l'image d'un intervalle est un intervalle).
- théorème des bornes : l'image d'un segment par une fonction continue est un segment (ou version « bornée et atteint ses bornes ») ;
- théorème de la bijection ;
- continuité et même monotonie de la réciproque d'une fonction continue et strictement monotone.

Le prolongement par continuité n'est pas au programme.