Séries numériques réelles

- définition d'une série comme la suite des sommes partielles ;
- définition de la convergence (convergence de la suite des sommes partielles) ;
- combinaisons linéaires de séries convergentes ;
- condition nécessaire de convergence d'une série et divergence grossière ;
- séries télescopiques ;
- séries à termes positifs : théorèmes de la limite monotone et comparaison $\sum_n u_n$ converge dans le cas où $\forall n, 0 \leqslant u_n \leqslant v_n$ et $\sum_n v_n$ converge (et cas $\sum_n u_n$ diverge) ;
- convergence absolue : définition et propriété (la convergence absolue implique convergence) ;
- séries de référence : les séries géométriques $\sum_n q^n$, $\sum_n nq^{n-1}$, $\sum_n n(n-1)q^{n-2}$ et la série exponentielle : $\sum_n \frac{x^n}{n!}$

Les séries de Riemann on été évoquées mais elles sont hors programme. Si on les aborde, on rappellera les résultats nécessaires.

Variables aléatoires discrètes

Ce n'est qu'un début pour l'instant, mais c'est l'occasion de revoir le chapitre sur les probabilités dans un univers fini en introduisant les variables aléatoires.
On pourra donc s'entrainer à calculer des probabilités pour des variables aléatoires discrètes :

▷ déterminer la loi d'une variable aléatoire : $X(\Omega)$ et les probabilités associés à chaque valeur de X ;
▷ l'ensemble des événements $[X = x]$ où $x \in X(\Omega)$ forme un système complet d'événements ;
▷ en particulier si $X(\Omega) = \mathbb{N}$, $\sum_{n\in\mathbb{N}} P(X = n)$ converge et $\sum_{n=0}^{+\infty} P(X = n) = 1$;
▷ calculer l'espérance d'une variable aléatoire dans des cas finis ou infinis ;
▷ propriétés de l'espérance : linéarité, positivité, théorème de transfert ;
▷ définition et propriétés de la variance (Kœnig-Huygens et $V(aX + b)$).

Sans rentrer dans la théorie, dans le cas d'un univers infini, nous avons évoqué la conservation des définitions et propriétés usuelles : formules des probabilités composées et totales (avec possiblement une suite infinie d'événements pour cette dernière), probabilité conditionnelle, indépendances deux à deux et mutuelle.

Nous verrons les lois usuelles finies (loi uniforme, loi de Bernoulli et loi binomiale) et infinies (loi géométrique, loi de Poisson) dans la semaine.

Le théorème de la limite monotone pour des suites croissantes ou décroissantes d'événements (au sens de l'inclusion) n'est pas au programme.