

Eléments de corrigé

1. On effectue une expérience aléatoire qui consiste à lancer 3 dés. On note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de dés dont le résultat est 1

Quelles sont les valeurs possibles pour X ?

0 1 2 3 4 5 6

2. Avec les mêmes hypothèses, que vaut $P(X = 3)$?

Avec des notations ad hoc, $P(X = 3) = P(\{D_1 = 1\} \cap \{D_2 = 1\} \cap \{D_3 = 1\})$

donc $P(X = 3) = P(D_1 = 1)P(D_2 = 1)P(D_3 = 1)$ (car les trois lancers sont mutuellement indépendants), donc $P(X = 3) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

3. On dispose d'une urne contenant n boules blanches et une boule noire. On effectue des tirages sans remise, et on note X la variable aléatoire correspondant au rang du tirage au cours duquel apparaît la boule noire. Quelle est la valeur maximale prise par X ?

C'est $n + 1$, qui correspond au cas où on tire une boule blanche lors des n premiers tirages et la boule noire au $n + 1^{\text{ième}}$.

4. Au début d'un match de handball (7 joueurs par équipe), un arbitre lance un dé (classique) et expulse autant de joueurs que le résultat du dé. On note J la variable aléatoire correspondant au nombre de joueurs restant sur le terrain. Quelles sont les valeurs possiblement prises par J ?

$[[9, 14]]$ $[[1, 6]]$ $[[0, 14]]$ $[[8, 13]]$

Il y a entre 1 et 6 joueurs expulsés, il en reste donc au plus 13 et au moins 8.

5. On vous propose un jeu de hasard, vous lancez un dé : vous perdez 5€ si vous obtenez, 1, 2, 3, 4 ou 5 et vous gagnez 50€ si vous obtenez 6

Combien d'euros pouvez-vous espérer gagner ?

Il faut ici comprendre le mot « espérer » au sens de l'espérance qui est une moyenne pondérée (par les probabilités) d'une variable aléatoire. Quand il y a équiprobabilité, comme c'est le cas ici, l'espérance est égale à la moyenne des valeurs : $E(X) = \frac{1}{6}(-5 - 5 - 5 - 5 - 5 + 50) = \frac{25}{6}$