

Code de partage avec Capytale : ded2-1732010

Préambule - manipuler des matrices

Voici quelques commandes essentielles pour manipuler des matrices, à tester :

```
import numpy as np
A=np.array([[0,1],[1,0]]); B=np.array([[1,2],[3,4]]) ; C=np.array
([[1,2,8],[3,4,9]])
A+B; A+C; np.dot(A,B); np.dot(A,C); np.dot(C,A);
A[1,:];C[:,2]
np.sum(C[1,:])
import numpy.linalg as al
al.matrix_power(A,2);al.matrix_power(A,3)
```

Exercice 1 - identités remarquables et puissances

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

1. Définir ces matrices avec Python
2. (a) Avec Python, calculer ensuite $(A+B)^2$ puis $A^2 + 2AB + B^2$ et commenter le résultat.
(b) Les matrices A et B vérifient-elles d'autres identités remarquables ?
3. Avec Python, calculer A^2, A^3 et A^4 puis émettre une conjecture sur A^n

Quelques compléments avec linalg

Exercice 2 - échauffement

On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

1. Définir les matrices A et B avec Python.
2. Tester la commande `al.inv(A)` et commenter le résultat renvoyé.
3. Tester la commande `al.solve(A,B)` et commenter le résultat renvoyé.

Exercice 3 - Déterminer une équation de parabole

- On considère une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels avec $a \neq 0$
- On suppose que la parabole passe par les point $A(1; 4)$, $B(-2; -5)$ et $C(3; 0)$
- On cherche à déterminer les trois réels a, b et c

1. Justifier que a, b et c sont solutions du système :
$$\begin{cases} a + b + c &= 4 \\ 4a - 2b + c &= -5 \\ 9a + 3b + c &= 0 \end{cases}$$
2. Avec Python, définir la matrice A associée au système et la matrice B second membre du système.
3. Avec Python, montrer que A est inversible et trouver son inverse.
4. Avec Python, résoudre le système en utilisant A^{-1}
5. Avec Python, résoudre le système en utilisant la fonction `solve`